

## 8.0. Schody górne, płytowe.

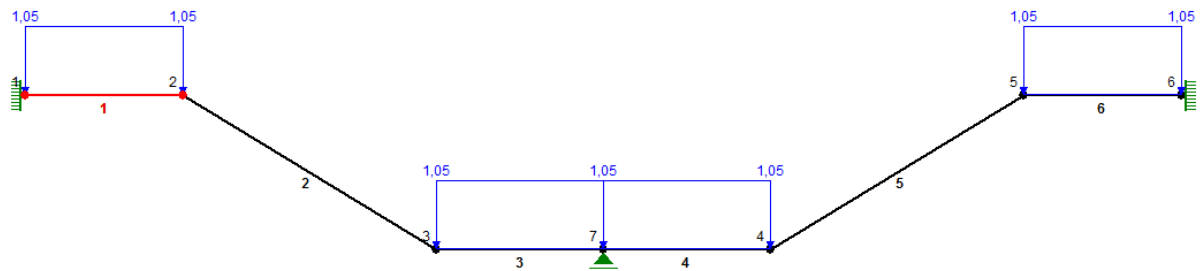
### OBCIĄŻENIA:

Grupa: A "obc. stałe - pł. spoczynnik" Stałe  $\gamma_f = 1,20/0,90$

$$Q_k = 0,70 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 1,05 \text{ kN/m.}$$

$$Q_{o1} = 0,84 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 1,26 \text{ kN/m,} \quad \gamma_{f1} = 1,20,$$

$$Q_{o2} = 0,63 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 0,95 \text{ kN/m,} \quad \gamma_{f2} = 0,90.$$

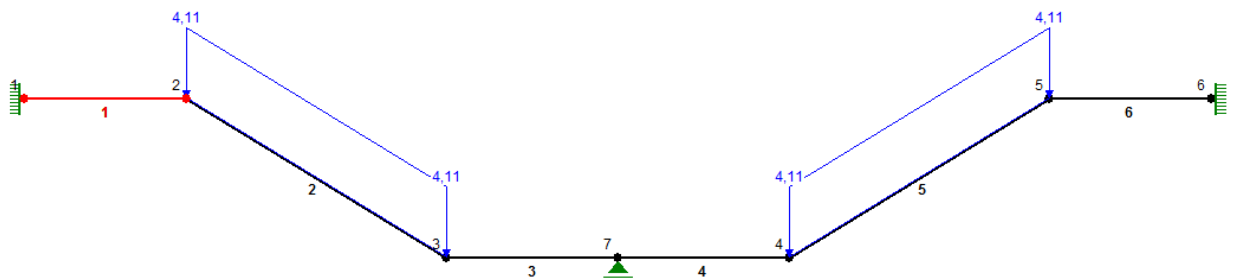


Grupa: B "obc. stałe - pł. biegowa" Stałe  $\gamma_f = 1,27/0,83$

$$Q_k = 2,74 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 4,11 \text{ kN/m.}$$

$$Q_{o1} = 3,49 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 5,22 \text{ kN/m,} \quad \gamma_{f1} = 1,27,$$

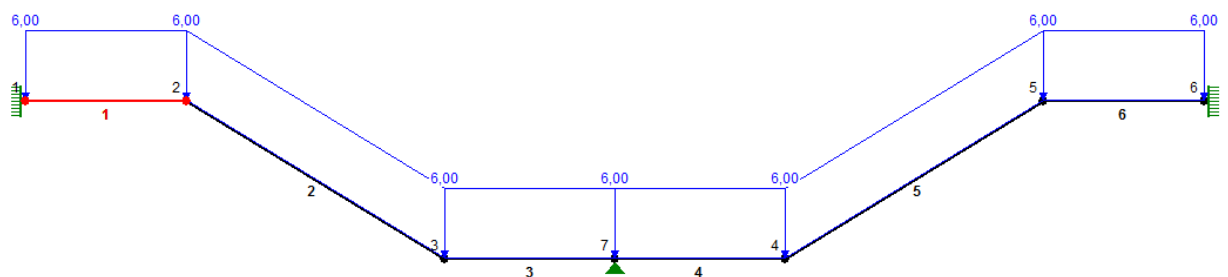
$$Q_{o2} = 2,26 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 3,41 \text{ kN/m,} \quad \gamma_{f2} = 0,83.$$



Grupa: C "obc. użytkowe" Zmienne  $\gamma_f = 1,30$

$$Q_k = 4,00 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 6,00 \text{ kN/m.}$$

$$Q_o = 5,20 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 7,8 \text{ kN/m.,} \quad \gamma_f = 1,30, \psi_d = 0,35.$$

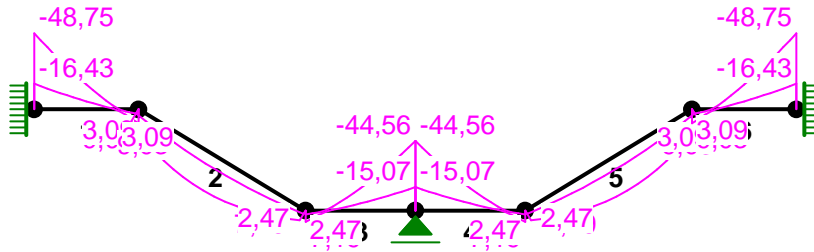


=====

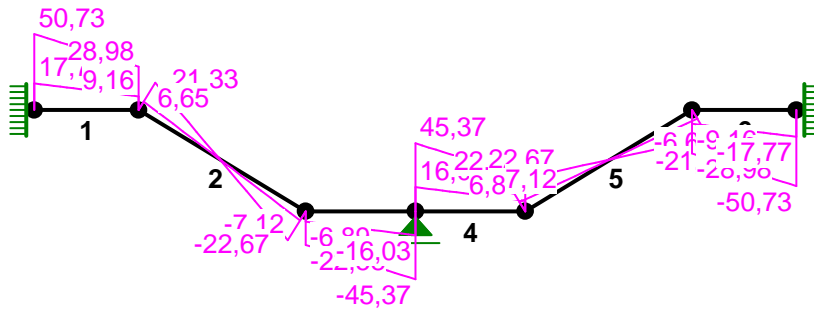
W Y N I K I  
Teoria I-go rzędu  
Kombinatoryka obciążeń

=====

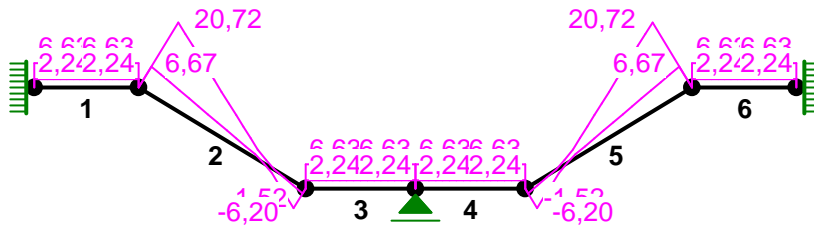
MOMENTY-OBWIEDNIE :



TNĄCE-OBWIEDNIE :



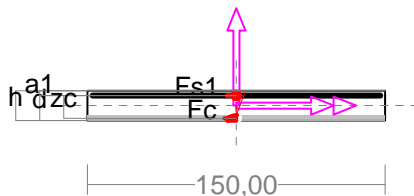
NORMALNE-OBWIEDNIE :



# PRĘTY NR 1 i 6

## Zbrojenie wymagane:

(zadanie SCHODY, pręt nr 1, przekrój:  $x_a=0,00$  m,  $x_b=1,45$  m)



$h=15,0$ ,  $d=12,5$ ,  $x=2,8$  ( $\xi=0,222$ ),  
 $a_1=2,5$ ,  $a_c=1,1$ ,  $z_c=11,4$ ,  $A_{cc}=417$  cm<sup>2</sup>,  
 $\epsilon_c=-2,86$  ‰,  $\epsilon_{s1}=10,00$  ‰,

### Wielkości statyczne [kN, kNm]:

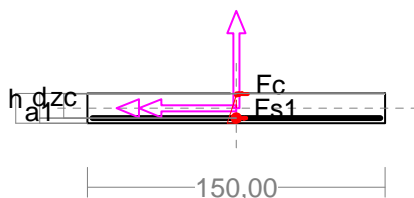
$F_c = -425,31$ ,  $F_{s1} = 431,94$ ,  
 $M_c = 27,16$ ,  $M_{s1} = 21,60$ ,

### Warunki równowagi wewnętrznej:

$F_c + F_{s1} = -425,31 + (431,94) = 6,63$  kN ( $N_{Sd} = 6,63$  kN)  
 $M_c + M_{s1} = 27,16 + (21,60) = 48,75$  kNm ( $M_{Sd} = 48,75$  kNm)

## Zbrojenie wymagane:

(zadanie SCHODY, pręt nr 1, przekrój:  $x_a=1,45$  m,  $x_b=0,00$  m)



$h=15,0$ ,  $d=12,5$ ,  $x=1,0$  ( $\xi=0,079$ ),  
 $a_1=2,5$ ,  $a_c=0,3$ ,  $z_c=12,2$ ,  $A_{cc}=147$  cm<sup>2</sup>,  
 $\epsilon_c=-0,85$  ‰,  $\epsilon_{s1}=10,00$  ‰,

### Wielkości statyczne [kN, kNm]:

Wielkości obliczeniowe:

$N_{Sd} = 6,63$  kN,  
 $M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx})^2 + (M_{Sdy})^2} = \sqrt{(48,75^2 + 0,00^2)}$   
 $= 48,75$  kNm

$f_{cd} = 13,3$  MPa,  $f_{yd} = 350$  MPa =  $f_{td}$ ,

Zbrojenie rozciągane ( $\epsilon_{s1} = 10,00$  ‰):

15,  $A_{s1} = 12,34$  cm<sup>2</sup>  $\Rightarrow (16 \times 10 = 12,57$  cm<sup>2</sup>),

Dodatkowe zbrojenie ściskane (\* $A_{s2} = 0$  nie jest obliczeniowo wymagane.\*\*) ( $\epsilon_c = -2,86$  ‰):

$A_{s2} = 0,00$  cm<sup>2</sup>  $\Rightarrow (0 \times 10 = 0,00$  cm<sup>2</sup> \*)

$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 12,34$  cm<sup>2</sup>,  $\rho = 100 \times A_s / A_c =$   
 $100 \times 12,34 / 2250 = 0,55$  %

Wielkości geometryczne [cm]:

Wielkości obliczeniowe:

$N_{Sd} = 6,63$  kN,  
 $M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx})^2 + (M_{Sdy})^2} = \sqrt{(-9,03^2 + 0,00^2)} = 9,03$  kNm

$f_{cd} = 13,3$  MPa,  $f_{yd} = 350$  MPa =  $f_{td}$ ,

Zbrojenie rozciągane ( $\epsilon_{s1} = 10,00$  ‰):

15,  $A_{s1} = 2,23$  cm<sup>2</sup> < min  $A_{s1} = 2,81$  cm<sup>2</sup>, przyjęto

$A_{s1} = 2,81$  cm<sup>2</sup>,  $\Rightarrow (4 \times 10 = 3,14$  cm<sup>2</sup>),

Dodatkowe zbrojenie ściskane (\* $A_{s2} = 0$  nie jest obliczeniowo wymagane.\*\*) ( $\epsilon_c = -0,85$  ‰):

$A_{s2} = 0,00$  cm<sup>2</sup>  $\Rightarrow (0 \times 10 = 0,00$  cm<sup>2</sup> \*)

$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 2,23$  cm<sup>2</sup>,  $\rho = 100 \times A_s / A_c =$   
 $100 \times 2,23 / 2250 = 0,10$  %

Wielkości geometryczne [cm]:

$$F_c = -71,55, F_{s1} = 78,19,$$

$$M_c = 5,12, M_{s1} = 3,91,$$

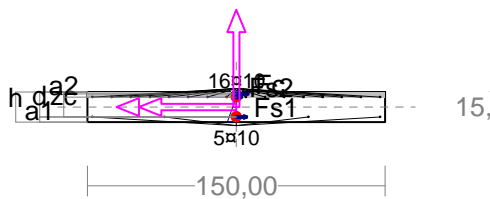
Warunki równowagi wewnętrznej:

$$F_c + F_{s1} = -71,55 + (78,19) = 6,63 \text{ kN} \quad (N_{Sd} = 6,63 \text{ kN})$$

$$M_c + M_{s1} = 5,12 + (3,91) = 9,03 \text{ kNm} \quad (M_{Sd} = 9,03 \text{ kNm})$$

**Nośność przekroju prostokątnego:**

zadanie SCHODY, pręt nr 1, przekrój:  $x_a = 1,45 \text{ m}$ ,  $x_b = 0,00 \text{ m}$



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = 6,63 \text{ kN},$$

$$M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(-9,03^2 + 0,00^2)} = 9,03 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}, \quad f_{yd} = 350 \text{ MPa} = f_{td},$$

$$\text{Zbrojenie rozciągane: } A_{s1} = 3,93 \text{ cm}^2,$$

$$\text{Zbrojenie mniej rozciągane: } A_{s2} = 12,57 \text{ cm}^2,$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 16,49 \text{ cm}^2, \quad \rho = 100 \times A_s / A_c =$$

$$100 \times 16,49 / 2250 = 0,73 \%$$

Wielkości geometryczne [cm]:

$$h = 15,0, \quad d = 12,5, \quad x = 2,7 \quad (\xi = 0,213),$$

$$a_1 = 2,5, \quad a_2 = 2,5, \quad a_c = 0,9, \quad z_c = 11,6, \quad A_{cc} = 399 \text{ cm}^2,$$

$$\epsilon_c = -0,28 \%, \quad \epsilon_{s2} = -0,02 \%, \quad \epsilon_{s1} = 1,05 \%,$$

Wielkości statyczne [kN, kNm]:

$$F_c = -71,36, \quad F_{s1} = 82,20, \quad F_{s2} = -4,20,$$

$$M_c = 4,71, \quad M_{s1} = 4,11, \quad M_{s2} = 0,21,$$

Warunek stanu granicznego nośności:

$$N_{Rd} = 12,90 \text{ kN} > N_{Sd} = F_c + F_{s1} + F_{s2} = -71,36 + (82,20) + (-4,20) = 6,63 \text{ kN}$$

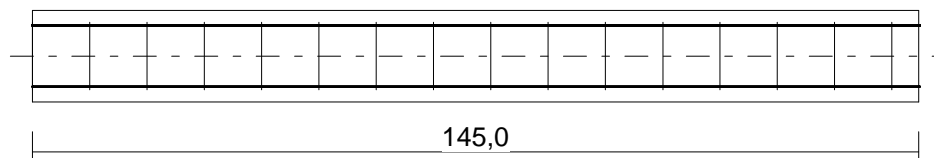
**Zbrojenie poprzeczne (strzemiona)**

zadanie SCHODY, pręt nr 1

Na całej długości pręta przyjęto strzemiona o średnicy  $\phi = 8 \text{ mm}$  ze stali A-III, dla której  $f_{ywd} = 350 \text{ MPa}$ .

Minimalny stopień zbrojenia na ścinanie:

$$\rho_{w,\min} = 0,08 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} = 0,08 \times \sqrt{20} / 410 = 0,00087$$



Rozstaw strzemion:

Strefa nr 1

$$\text{Początek i koniec strefy: } x_a = 0,0 \quad x_b = 145,0 \text{ cm}$$

Maksymalny rozstaw strzemion:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 125 = 94 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 94 \text{ mm}$ .

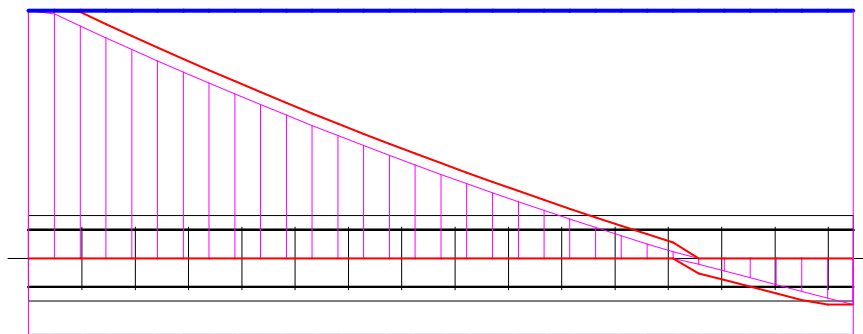
Przyjęto strzemiiona 6-cięte, prostopadłe do osi pręta o rozstawie **9,4** cm, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 3,02 / (9,4 \times 150,0 \times 1,000) = 0,00214$$

$$\rho_w = \mathbf{0,00214} > \mathbf{0,00087} = \rho_{w \min}$$

## Nośność zbrojenia podłużnego

zadanie SCHODY, pręt nr 1.



Sprawdzenie siły przenoszonej przez zbrojenie rozciągane dla  $x = 0,010$  m:

$$\Delta F_{td} = 0,5 |V_{Sd}| (\cot \theta - V_{Rd32} / V_{Rd3} \cot \alpha) = 0,5 \times 50,73 \times (1,000) = 25,36 \text{ kN}$$

Sumaryczna siła w zbrojeniu rozciągany:

$$F_{td} = F_{td,m} + \Delta F_{td} = 439,82 + 25,36 = 465,19 \text{ kN};$$

$$F_{td} \leq F_{td,max} = 439,82 \text{ kN}$$

Przyjęto  $F_{td} = 439,82 \text{ kN}$

$$F_{td} = \mathbf{439,82} < \mathbf{439,82} = 12,57 \times 350 \times 10^{-1} = A_s f_{yd}$$

## Zarysowanie

zadanie SCHODY, pręt nr 1,

Położenie przekroju:

$$x = 0,000 \text{ m}$$

Siły przekrojowe:

$$M_{Sd} = -29,26 \text{ kNm}$$

$$N_{Sd} = 3,98 \text{ kN } e = 735,2 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} = 30,10 \text{ kN}$$

Wymiary przekroju:

$$b_w = 150,0 \text{ cm}$$

$$d = h - a_1 = 15,0 - 2,5 = 12,5 \text{ cm}$$

$$A_c = 2250 \text{ cm}^2$$

$$W_c = 5625 \text{ cm}^3$$

Minimalne zbrojenie:

Wymagane pole zbrojenia rozciąganego dla zginania, przy naprężeniach wywołanych przyczynami zewnętrznymi, wynosi:

$$A_s = k_c k_{f_{ct,eff}} A_{ct} / \sigma_{s,lim} = 0,4 \times 1,0 \times 2,2 \times 1087 / 320 = 2,99 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 12,57 > 2,99 = A_s$$

Zarysowanie:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 5625 \times 10^{-3} = 12,38 \text{ kNm}$$

$$N_{cr} = \frac{f_{ctm}}{e / W_c + 1 / A_c} = \frac{2,2}{735,2 / 5625,00 + 1 / 2250,00} \times 10^{-1} = 1,68 \text{ kN}$$

$$N_{Sd} = 3,98 > 1,68 = N_{cr}$$

**Przekrój zarysowany.**

Szerokość rozwarcia rysy prostopadłej do osi pręta:

Przyjęto  $k_2 = 0,5$ .

$$\rho_r = A_s / A_{ct,eff} = 12,57 / 509 = 0,02470$$

$$s_{rm} = 50 + 0,25 k_1 k_2 \phi / \rho_r = 50 + 0,25 \times 0,8 \times 0,50 \times 10 / 0,02470 = 90,48$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{sm} &= \sigma_s / E_s [1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2] = \\ &= 217,00 / 200000 \times [1 - 1,0 \times 0,5 \times (1,68 / 3,98)^2] = 0,00099 \end{aligned}$$

$$w_k = \beta s_{rm} \epsilon_{sm} = 1,7 \times 90,48 \times 0,00099 = 0,15 \text{ mm}$$

$$w_k = 0,15 < 0,3 = w_{lim}$$

Szerokość rozwarcia rysy ukośnej:

Rysy ukośne nie występują.

**Ugięcia**

zadanie SCHODY, pręt nr 1

Ugięcia wyznaczono dla charakterystycznych obciążeń długotrwałych.

Współczynniki pełzania dla obciążeń długotrwałych przyjęto równy  $\phi(t, t_0) = 2,00$ .

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi(t, t_0)} = \frac{30000}{1 + 2,00} = 10000 \text{ MPa}$$

Moment rysujący:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 5625 \times 10^{-3} = 12,38 \text{ kNm}$$

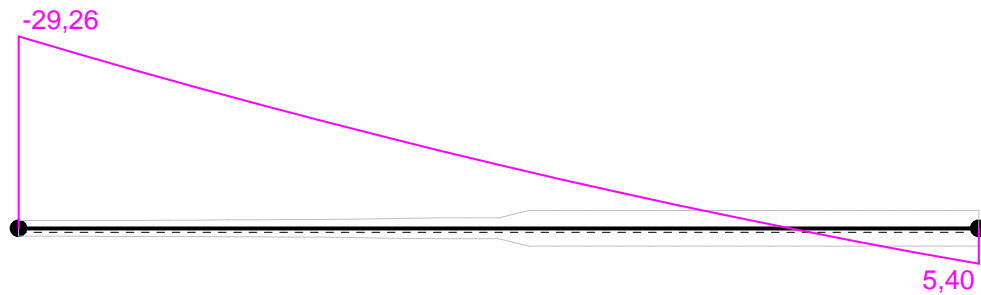
Całkowity moment zginający  $M_{Sd} = -40,05 \text{ kN}$  powoduje zarysowanie przekroju.

Sztywność dla długotrwałego działania obciążeń długotrwałych:

Sztywność na zginanie wyznaczona dla momentu  $M_{Sd} = -29,26 \text{ kNm}$ .

Wielkości geometryczne przekroju:  $x_I = 7,8 \text{ cm}$   $I_I = 50145 \text{ cm}^4$   
 $x_{II} = 4,8 \text{ cm}$   $I_{II} = 20846 \text{ cm}^4$

$$\begin{aligned} B &= \frac{E_{c,eff} I_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 (M_{cr} / M_{Sd})^2 (1 - I_{II} / I_I)} = \\ &= \frac{10000 \times 20846}{1 - 1,0 \times 0,5 \times (12,38 / 29,26)^2 \times (1 - 20846 / 50145)} \times 10^{-5} = 2199 \text{ kNm}^2 \end{aligned}$$



Wykres sztywności i momentów dla obciążeń długotrwałych.



Ugięcia.

Ugięcie w punkcie o współrzędnej  $x = 1,450$  cm, wyznaczone poprzez całkowanie funkcji krzywizny osi pręta ( $1/\rho$ ) z uwzględnieniem zmiany sztywności wzdłuż osi elementu, wynosi:

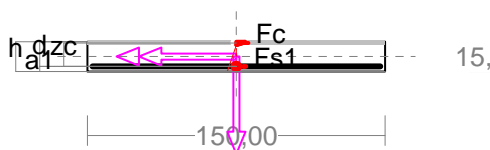
$$a = a_{\infty,d} = 4,0 \text{ mm}$$

$$a = 4,0 < 7,3 = a_{lim}$$

## PRETY NR 2 I 3

### Zbrojenie wymagane:

(zadanie SCHODY, pręt nr 2, przekrój:  $x_a=1,32$  m,  $x_b=1,40$  m)



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = 7,74 \text{ kN},$$

$$M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(-23,05^2 + 0,00^2)} = 23,05 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}, \quad f_{yd} = 350 \text{ MPa} = f_{td},$$

Zbrojenie rozciągane ( $\epsilon_{s1} = 10,00 \text{ ‰}$ ):

$$A_{s1} = 5,67 \text{ cm}^2 \Rightarrow (8\alpha 10 = 6,28 \text{ cm}^2),$$

Dodatkowe zbrojenie ściskane (\* $A_{s2} = 0$  nie jest obliczeniowo wymagane. \*\* ( $\epsilon_c = -1,54 \text{ ‰}$ ):

$$A_{s2} = 0,00 \text{ cm}^2 \Rightarrow (0\alpha 10 = 0,00 \text{ cm}^2) *$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 5,67 \text{ cm}^2, \quad \rho = 100 \times A_s / A_c = 100 \times 5,67 / 2250 = 0,25 \%$$

### Wielkości geometryczne [cm]:

$$h=15,0, d=12,5, x=1,7 (\xi=0,133), \\ a_1=2,5, a_c=0,6, z_c=11,9, A_{cc}=250 \text{ cm}^2, \\ \varepsilon_c=-1,54 \text{ ‰}, \varepsilon_{s1}=10,00 \text{ ‰},$$

### Wielkości statyczne [kN, kNm]:

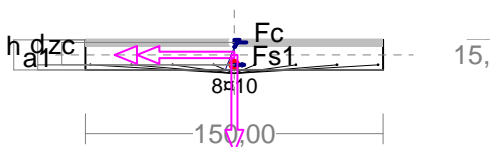
$$F_c = -190,55, F_{s1} = 198,29, \\ M_c = 13,14, M_{s1} = 9,91,$$

### Warunki równowagi wewnętrznej:

$$F_c + F_{s1} = -190,55 + (198,29) = 7,74 \text{ kN} (N_{Sd} = 7,74 \text{ kN}) \\ M_c + M_{s1} = 13,14 + (9,91) = 23,05 \text{ kNm} (M_{Sd} = 23,05 \text{ kNm})$$

### **Nośność przekroju prostokątnego:**

zadanie SCHODY, pręt nr 2, przekrój:  $x_a=1,32 \text{ m}$ ,  $x_b=1,40 \text{ m}$



### Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = 7,74 \text{ kN}, \\ M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(-23,05^2 + 0,00^2)} \\ = 23,05 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}, f_{yd} = 350 \text{ MPa} = f_{td},$$

$$\text{Zbrojenie rozciągane: } A_{s1} = \mathbf{6,28 \text{ cm}^2}, \\ A_s = A_{s1} + A_{s2} = 6,28 \text{ cm}^2, \rho = 100 \times A_s / A_c = \\ 100 \times 6,28 / 2250 = 0,28 \%$$

### Wielkości geometryczne [cm]:

$$h=15,0, d=12,5, x=3,5 (\xi=0,280), \\ a_1=2,5, a_c=1,2, z_c=11,3, A_{cc}=525 \text{ cm}^2, \\ \varepsilon_c = -0,64 \text{ ‰}, \varepsilon_{s1} = 1,66 \text{ ‰},$$

### Wielkości statyczne [kN, kNm]:

$$F_c = -200,61, F_{s1} = 208,35, \\ M_c = 12,64, M_{s1} = 10,42,$$

### Warunek stanu granicznego nośności:

$$N_{Rd} = \mathbf{8,56 \text{ kN}} > N_{Sd} = F_c + F_{s1} = -200,61 + (208,35) = \mathbf{7,74 \text{ kN}}$$

### **Zbrojenie poprzeczne (strzemiona)**

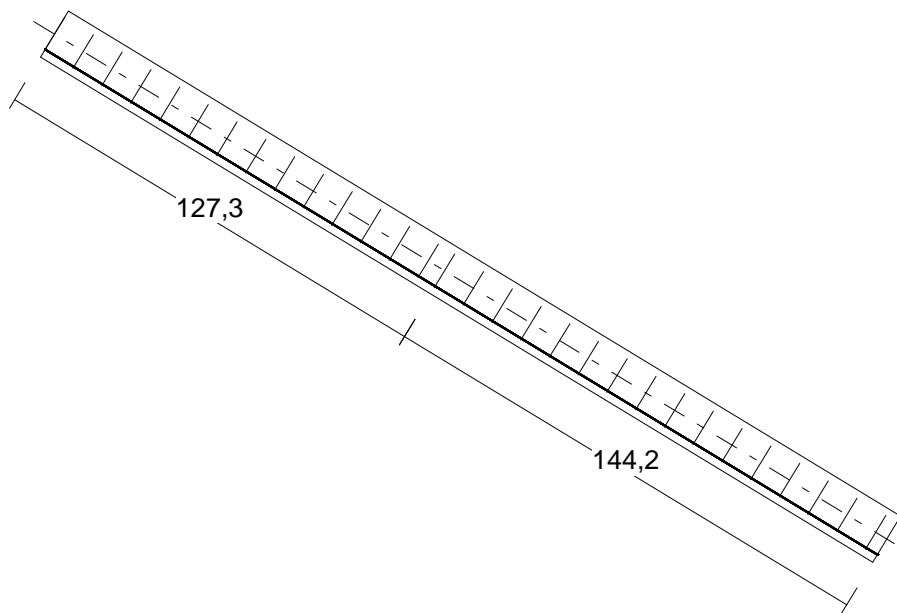
zadanie SCHODY, pręt nr 2

Na całej długości pręta przyjęto strzemiona o średnicy  $\phi=8 \text{ mm}$  ze stali A-III, dla której  $f_{ywd} = 350 \text{ MPa}$ .

Minimalny stopień zbrojenia na ścinanie:

$$\rho_{w,\min} = 0,08 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} = 0,08 \times \sqrt{20} / 410 = 0,00087$$





Rozstaw strzemion:

Strefa nr 1

Początek i koniec strefy:  $x_a = 0,0$   $x_b = 127,3$  cm

Maksymalny rozstaw strzemion:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 125 = 94 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 94$  mm.

Przyjęto strzemiona 2-cięte, prostopadłe do osi pręta o rozstawie **9,4** cm, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 1,01 / (9,4 \times 150,0 \times 1,000) = 0,00071$$

$$\rho_w = \mathbf{0,00071} < \mathbf{0,00087} = \rho_{w \text{ min}}$$

Strefa nr 2

Początek i koniec strefy:  $x_a = 127,3$   $x_b = 271,5$  cm

Maksymalny rozstaw strzemion:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 125 = 94 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 94$  mm.

Przyjęto strzemiona 6-cięte, prostopadłe do osi pręta o rozstawie **9,4** cm, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

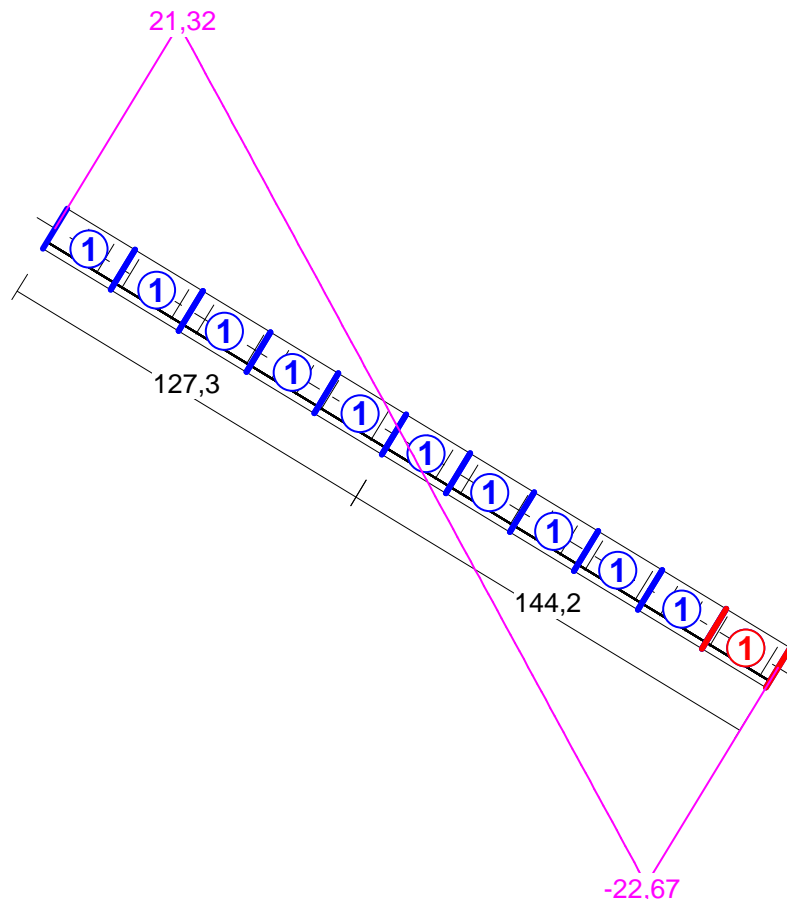
$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 3,02 / (9,4 \times 150,0 \times 1,000) = 0,00214$$

$$\rho_w = \mathbf{0,00214} > \mathbf{0,00087} = \rho_{w \text{ min}}$$

**Ścinanie**

zadanie SCHODY, pręt nr 2.

Przyjęto podparcie i obciążenie bezpośrednie.



Odcinek nr 11

Początek i koniec odcinka:  $x_a = 247,4$   $x_b = 271,5$  cm

Siły przekrojowe:  $N_{Sd} = -6,01$ ;  
 $V_{Sd \max} = -22,67$  kN

Siła poprzeczna w odległości  $d$  od podpory wynosi:  $V_{Sd} = -20,65$  kN

Rodzaj odcinka:

$$\rho_L = \frac{A_{sL}}{b_w d} = \frac{6,28}{150,0 \times 12,5} = 0,00335; \quad \rho_L \leq 0,01$$

Przyjęto  $\rho_L = 0,00335$ .

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_C = 6,01 / 2250,00 \times 10 = 0,03 \text{ MPa} \quad \sigma_{cp} \leq 0,2 f_{cd}$$

Przyjęto  $\sigma_{cp} = 0,03$  MPa.

$$V_{Rd1} = [0,35 k f_{ctd} (1,2 + 40 \rho_L) + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d =$$

$$= [0,35 \times 1,48 \times 1,00 \times (1,2 + 40 \times 0,00335) + 0,15 \times 0,03] \times 150,0 \times 12,5 \times 10^{-1} = 130,32$$

kN

$$V_{Sd} = 20,65 < 130,32 = V_{Rd1}$$

Nośność odcinka I-go rodzaju:

$$V_{Sd} = \mathbf{20,65} < \mathbf{130,32} = V_{Rd1}$$

$$v = 0,6 (1 - f_{ck} / 250) = 0,6 \times (1 - 20 / 250) = 0,552$$

$$V_{Rd2} = 0,5 v f_{cd} b_w z = 0,5 \times 0,552 \times 13,3 \times 150,0 \times 11,3 \times 10^{-1} = 622,15 \text{ kN}$$

$$\alpha_c = 1 + \sigma_{cp} / f_{cd} = 1 + 0,03 / 13,3 = 1,002$$

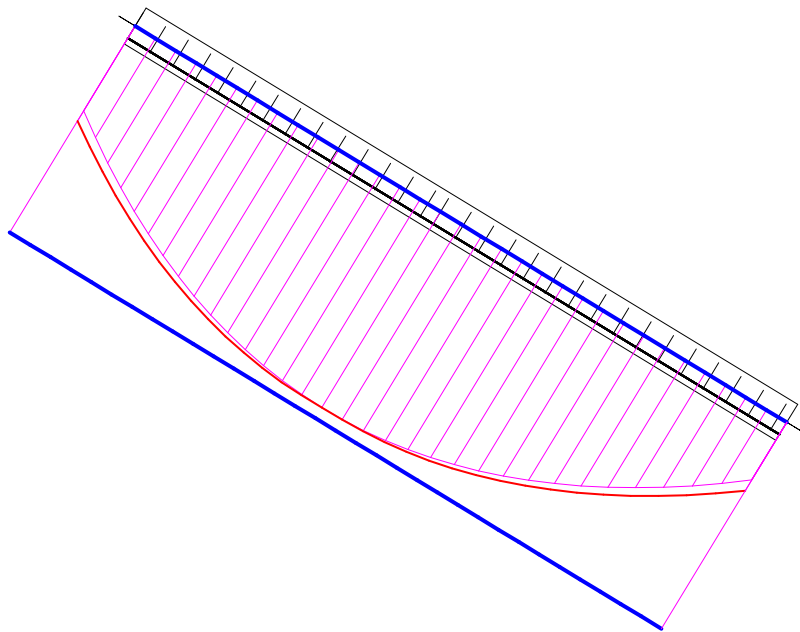
$$V_{Rd2,red} = \alpha_c V_{Rd2} = 1,002 \times 622,15 = 623,40 \text{ kN}$$

Przyjęto  $V_{Rd2,red} = 622,15 \text{ kN}$

$$V_{Sd} = 22,67 < 622,15 = V_{Rd2,red}$$

### Nośność zbrojenia podłużnego

zadanie SCHODY, pręt nr 2.



Sprawdzenie siły przenoszonej przez zbrojenie rozciągane dla  $x = 1,297 \text{ m}$ :

$$\Delta F_{td} = 0,5 |V_{Sd}| (\cot\theta - V_{Rd32} / V_{Rd3} \cot\alpha) = 0,5 \times 0,70 \times (1,000) = 0,35 \text{ kN}$$

Sumaryczna siła w zbrojeniu rozciągany:

$$F_{td} = F_{td,m} + \Delta F_{td} = 208,45 + 0,35 = 208,79 \text{ kN};$$

$$F_{td} \leq F_{td,max} = 208,45 \text{ kN}$$

Przyjęto  $F_{td} = 208,45 \text{ kN}$

$$F_{td} = 208,45 < 219,91 = 6,28 \times 350 \times 10^{-1} = A_s f_{yd}$$

### Zarysowanie

zadanie SCHODY, pręt nr 2,

Położenie przekroju:

$$x = 1,297 \text{ m}$$

Siły przekrojowe:

$$M_{Sd} = 13,99 \text{ kNm}$$

$$N_{Sd} = 4,77 \text{ kN } e = 293,1 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} = 0,19 \text{ kN}$$

Wymiary przekroju:

$$b_w = 150,0 \text{ cm}$$

$$d = h - a_1 = 15,0 - 2,5 = 12,5 \text{ cm}$$

$$A_c = 2250 \text{ cm}^2$$

$$W_c = 5625 \text{ cm}^3$$

### Minimalne zbrojenie:

Wymagane pole zbrojenia rozciąganego dla zginania, przy naprężeniach wywołanych przyczynami zewnętrznymi, wynosi:

$$A_s = k_c k_{f_{ct,eff}} A_{ct} / \sigma_{s,lim} = \\ = 0,4 \times 1,0 \times 2,2 \times 1221 / 320 = 3,36 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = \mathbf{6,28} > \mathbf{3,36} = A_s$$

### Zarysowanie:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 5625 \times 10^{-3} = 12,38 \text{ kNm}$$

$$N_{cr} = \frac{f_{ctm}}{e / W_c + 1 / A_c} = \frac{2,2}{293,1/5625,00 + 1/2250,00} \times 10^{-1} = 4,19 \text{ kN}$$

$$N_{Sd} = 4,77 > 4,19 = N_{cr}$$

### **Przekrój zarysowany.**

#### Szerokość rozwarcia rysy prostopadłej do osi pręta:

Przyjęto  $k_2 = 0,5$ .

$$\rho_r = A_s / A_{ct,eff} = 6,28 / 559 = 0,01123$$

$$s_{rm} = 50 + 0,25 k_1 k_2 \phi / \rho_r = 50 + 0,25 \times 0,8 \times 0,50 \times 10 / 0,01123 = 139,01$$

$$\epsilon_{sm} = \sigma_s / E_s [1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2] = \\ = 202,21 / 200000 \times [1 - 1,0 \times 0,5 \times (4,19 / 4,77)^2] = 0,00062$$

$$w_k = \beta s_{rm} \epsilon_{sm} = 1,7 \times 139,01 \times 0,00062 = 0,15 \text{ mm}$$

$$w_k = \mathbf{0,15} < \mathbf{0,3} = w_{lim}$$

#### Szerokość rozwarcia rysy ukośnej:

Rysy ukośne nie występują.

### **Ugięcia**

zadanie SCHODY, pręt nr 2

Ugięcia wyznaczono dla charakterystycznych obciążeń długotrwałych.

Współczynniki pełzania dla obciążeń długotrwałych przyjęto równy  $\phi(t, t_0) = 2,00$ .

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi(t, t_0)} = \frac{30000}{1 + 2,00} = 10000 \text{ MPa}$$

Moment rysujący:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 5625 \times 10^{-3} = 12,38 \text{ kNm}$$

Całkowity moment zginający  $M_{Sd} = 18,88 \text{ kN}$  powoduje zarysowanie przekroju.

#### Sztywność dla długotrwałego działania obciążeń długotrwałych:

Sztywność na zginanie wyznaczona dla momentu  $M_{Sd} = 13,99 \text{ kNm}$ .

Wielkości geometryczne przekroju:

$$x_I = 7,8 \text{ cm} \quad I_I = 45163 \text{ cm}^4$$

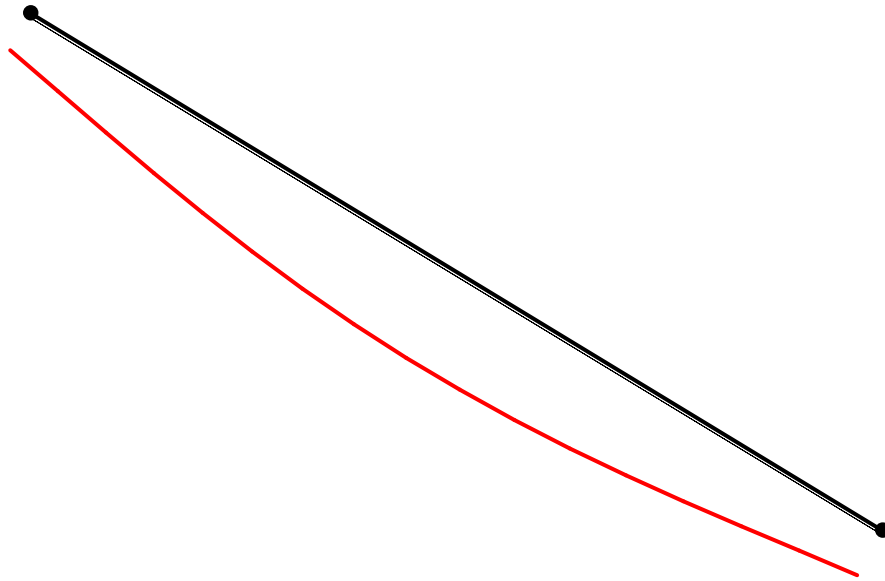
$$x_{II} = 3,8 \text{ cm} \quad I_{II} = 12255 \text{ cm}^4$$

$$B = \frac{E_{c,eff} I_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 (M_{cr} / M_{Sd})^2 (1 - I_{II} / I_I)} =$$

$$= \frac{10000 \times 12255}{1 - 1,0 \times 0,5 \times (12,38 / 13,99)^2 \times (1 - 12255 / 45163)} \times 10^{-5} = 1714 \text{ kNm}^2$$



Wykres sztywności i momentów dla obciążeń długotrwałych.



Ugięcia.

Ugięcie w punkcie o współrzędnej  $x = 1,400$  cm, wyznaczone poprzez całkowanie funkcji krzywizny osi pręta ( $1/\rho$ ) z uwzględnieniem zmiany sztywności wzdłuż osi elementu, wynosi:

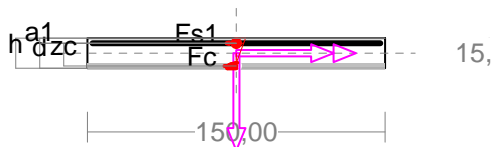
$$a = a_{\infty,d} = 8,4 \text{ mm}$$

$$a = 8,4 < 13,6 = a_{lim}$$

## PRETY 3 I 4

### Zbrojenie wymagane:

(zadanie SCHODY, pręt nr 3, przekrój:  $x_a=1,52$  m,  $x_b=0,00$  m)



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = 6,63 \text{ kN},$$

$$M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(44,56^2 + 0,00^2)} = 44,56 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}, \quad f_{yd} = 350 \text{ MPa} = f_{td},$$

Zbrojenie rozciągane ( $\epsilon_{s1} = 10,00$  ‰):

$$A_{s1} = 11,20 \text{ cm}^2 \Rightarrow (15 \times 10 = 11,78 \text{ cm}^2),$$

Dodatkowe zbrojenie ściskane (\* $A_{s2} = 0$  nie jest obliczeniowo wymagane. \*|\* ( $\epsilon_c = -2,62$  ‰,):

$$A_{s2} = 0,00 \text{ cm}^2 \Rightarrow (0 \times 10 = 0,00 \text{ cm}^2) *$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 11,20 \text{ cm}^2, \quad \rho = 100 \times A_s / A_c = 100 \times 11,20 / 2250 = 0,50 \%$$

### Wielkości geometryczne [cm]:

$$h=15,0, d=12,5, x=2,6 (\xi=0,207), \\ a_1=2,5, a_c=1,0, z_c=11,5, A_{cc}=389 \text{ cm}^2, \\ \varepsilon_c=-2,62 \text{ ‰}, \varepsilon_{s1}=10,00 \text{ ‰},$$

### Wielkości statyczne [kN, kNm]:

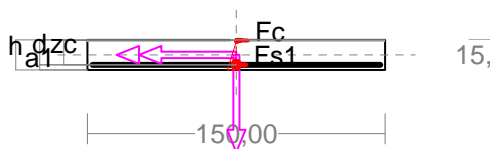
$$F_c = -385,31, F_{s1} = 391,94, \\ M_c = 24,96, M_{s1} = 19,60,$$

### Warunki równowagi wewnętrznej:

$$F_c + F_{s1} = -385,31 + (391,94) = 6,63 \text{ kN} (N_{Sd} = 6,63 \text{ kN}) \\ M_c + M_{s1} = 24,96 + (19,60) = 44,56 \text{ kNm} (M_{Sd} = 44,56 \text{ kNm})$$

### **Zbrojenie wymagane:**

(zadanie SCHODY, pręt nr 3, przekrój:  $x_a=0,00 \text{ m}$ ,  $x_b=1,52 \text{ m}$ )



### Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = 6,63 \text{ kN}, \\ M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(-7,19^2 + 0,00^2)} = 7,19 \text{ kNm} \\ f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}, f_{yd} = 350 \text{ MPa} = f_{td},$$

### Zbrojenie rozciągane ( $\varepsilon_{s1}=10,00 \text{ ‰}$ ):

$$A_{s1} = \mathbf{1,80 \text{ cm}^2} < \min A_{s1} = 2,81 \text{ cm}^2, \text{ przyjęto}$$

$$15, A_{s1} = 2,81 \text{ cm}^2, \Rightarrow (4 \times 10 = 3,14 \text{ cm}^2),$$

Dodatkowe zbrojenie ściskane (\* $A_{s2}=0$  nie jest obliczeniowo wymagane. \*\* ( $\varepsilon_c = -0,74 \text{ ‰}$ ),

$$A_{s2} = \mathbf{0,00 \text{ cm}^2} \Rightarrow (0 \times 10 = 0,00 \text{ cm}^2) *$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 1,80 \text{ cm}^2, \rho = 100 \times A_s / A_c = \\ 100 \times 1,80 / 2250 = 0,08 \text{ ‰}$$

### Wielkości geometryczne [cm]:

$$h=15,0, d=12,5, x=0,9 (\xi=0,069), \\ a_1=2,5, a_c=0,3, z_c=12,2, A_{cc}=130 \text{ cm}^2, \\ \varepsilon_c = -0,74 \text{ ‰}, \varepsilon_{s1} = 10,00 \text{ ‰},$$

### Wielkości statyczne [kN, kNm]:

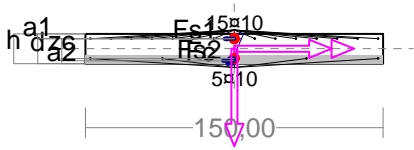
$$F_c = -56,24, F_{s1} = 62,87, \\ M_c = 4,05, M_{s1} = 3,14,$$

### Warunki równowagi wewnętrznej:

$$F_c + F_{s1} = -56,24 + (62,87) = 6,63 \text{ kN} (N_{Sd} = 6,63 \text{ kN}) \\ M_c + M_{s1} = 4,05 + (3,14) = 7,19 \text{ kNm} (M_{Sd} = 7,19 \text{ kNm})$$

### **Nośność przekroju prostokątnego:**

zadanie SCHODY, pręt nr 3, przekrój:  $x_a=1,52 \text{ m}$ ,  $x_b=0,00 \text{ m}$



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = 6,63 \text{ kN},$$

$$M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(44,56^2 + 0,00^2)} = 44,56 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}, \quad f_{yd} = 350 \text{ MPa} = f_{td},$$

$$\text{Zbrojenie rozciągane: } A_{s1} = 11,78 \text{ cm}^2,$$

$$15, \text{ Zbrojenie mniej rozciągane: } A_{s2} = 3,93 \text{ cm}^2,$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 15,71 \text{ cm}^2, \quad \rho = 100 \times A_s / A_c = 100 \times 15,71 / 2250 = 0,70 \%$$

Wielkości geometryczne [cm]:

$$h = 15,0, \quad d = 12,5, \quad x = 4,3 \quad (\xi = 0,346),$$

$$a_1 = 2,5, \quad a_2 = 2,5, \quad a_c = 1,5, \quad z_c = 11,0, \quad A_{cc} = 648 \text{ cm}^2,$$

$$\varepsilon_c = -1,04 \%, \quad \varepsilon_{s2} = -0,44 \%, \quad \varepsilon_{s1} = 1,97 \%,$$

Wielkości statyczne [kN, kNm]:

$$F_c = -371,24, \quad F_{s1} = 412,33, \quad F_{s2} = -34,50,$$

$$M_c = 22,21, \quad M_{s1} = 20,62, \quad M_{s2} = 1,73,$$

Warunek stanu granicznego nośności:

$$N_{Rd} = 6,94 \text{ kN} > N_{Sd} = F_c + F_{s1} + F_{s2} = -371,24 + (412,33) + (-34,50) = 6,63 \text{ kN}$$

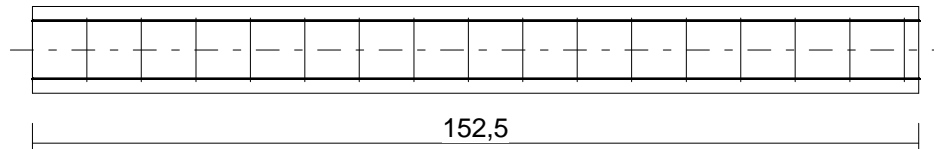
### Zbrojenie poprzeczne (strzemiona)

zadanie SCHODY, pręt nr 3

Na całej długości pręta przyjęto strzemiona o średnicy  $\phi = 8 \text{ mm}$  ze stali A-III, dla której  $f_{ywd} = 350 \text{ MPa}$ .

Minimalny stopień zbrojenia na ścinanie:

$$\rho_{w,\min} = 0,08 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} = 0,08 \times \sqrt{20} / 410 = 0,00087$$



Rozstaw strzemion:

#### Strefa nr 1

$$\text{Początek i koniec strefy: } x_a = 0,0 \quad x_b = 152,5 \text{ cm}$$

Maksymalny rozstaw strzemion:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 125 = 94 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

$$\text{przyjęto } s_{\max} = 94 \text{ mm.}$$

Przyjęto strzemiona 6-cięte, prostopadłe do osi pręta o rozstawie **9,4 cm**, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 3,02 / (9,4 \times 150,0 \times 1,000) = 0,00214$$

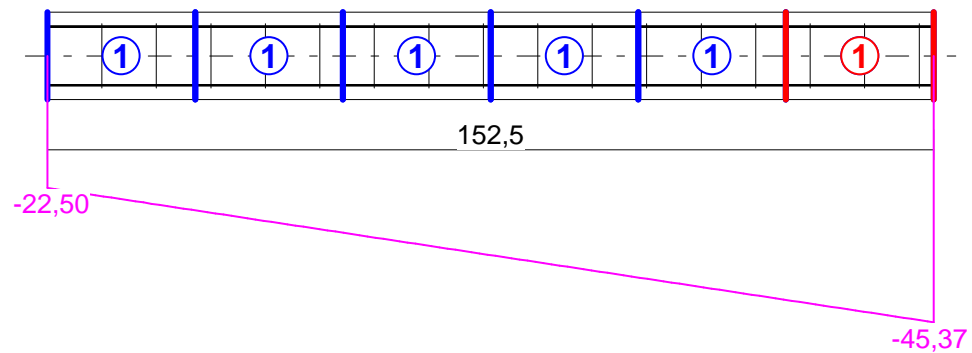
$$\rho_w = 0,00214 > 0,00087 = \rho_{w,\min}$$

### Ścinanie

zadanie SCHODY, pręt nr 3.



Przyjęto podparcie i obciążenie bezpośrednie.



### Odcinek nr 6

Początek i koniec odcinka:  $x_a = 127,1$   $x_b = 152,5$  cm

Siły przekrojowe:  $N_{Sd} = 6,63$ ;

$$V_{Sd \max} = -45,37 \text{ kN}$$

Siła poprzeczna w odległości  $d$  od podpory wynosi:  $V_{Sd} = -43,50$  kN

### Rodzaj odcinka:

$$\rho_L = \frac{A_{sL}}{b_w d} = \frac{11,78}{150,0 \times 12,5} = 0,00628; \quad \rho_L \leq 0,01$$

Przyjęto  $\rho_L = 0,00628$ .

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_C = -6,63 / 2250,00 \times 10 = -0,03 \text{ MPa} \quad \sigma_{cp} \leq 0,2 f_{cd}$$

Przyjęto  $\sigma_{cp} = 0,00$  MPa.

$$\begin{aligned} V_{Rd1} &= [0,35 k f_{ctd} (1,2 + 40 \rho_L) + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d = \\ &= [0,35 \times 1,48 \times 1,00 \times (1,2 + 40 \times 0,00628) + 0,15 \times 0,00] \times 150,0 \times 12,5 \times 10^{-1} = 140,96 \end{aligned}$$

kN

$$V_{Sd} = 43,50 < 140,96 = V_{Rd1}$$

### Nośność odcinka I-go rodzaju:

$$V_{Sd} = 43,50 < 140,96 = V_{Rd1}$$

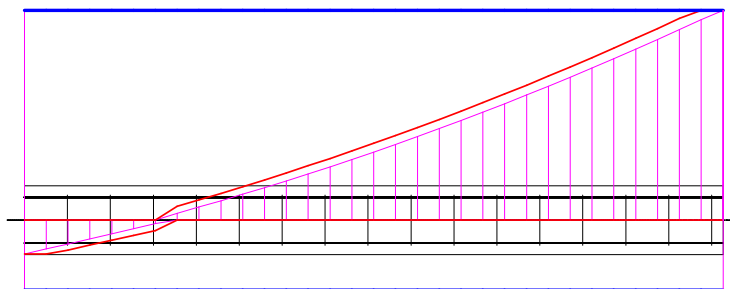
$$v = 0,6 (1 - f_{ck} / 250) = 0,6 \times (1 - 20 / 250) = 0,552$$

$$V_{Rd2} = 0,5 v f_{cd} b_w z = 0,5 \times 0,552 \times 13,3 \times 150,0 \times 11,3 \times 10^{-1} = 619,45 \text{ kN}$$

$$V_{Sd} = 45,37 < 619,45 = V_{Rd2}$$

### **Nośność zbrojenia podłużnego**

zadanie SCHODY, pręt nr 3.



Sprawdzenie siły przenoszonej przez zbrojenie rozciągnane dla  $x = 1,525$  m:

$$\Delta F_{td} = 0,5 |V_{Sd}| (\cot\theta - V_{Rd32} / V_{Rd3} \cot\alpha) = 0,5 \times -45,37 \times (1,000) = 22,69 \text{ kN}$$

Sumaryczna siła w zbrojeniu rozciągany:

$$F_{td} = F_{td,m} + \Delta F_{td} = 412,33 + 22,69 = 435,02 \text{ kN};$$

$$F_{td} \leq F_{td,max} = 412,33 \text{ kN}$$

Przyjęto  $F_{td} = 412,33 \text{ kN}$

$$F_{td} = \mathbf{412,33} < \mathbf{412,33} = 11,78 \times 350 \times 10^{-1} = A_s f_{yd}$$

### Zarysowanie

zadanie SCHODY, pręt nr 3,

Położenie przekroju:

$$x = 1,525 \text{ m}$$

Siły przekrojowe:

$$M_{Sd} = -26,72 \text{ kNm}$$

$$N_{Sd} = 3,98 \text{ kN } e = 671,3 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} = -26,86 \text{ kN}$$

Wymiary przekroju:

$$b_w = 150,0 \text{ cm}$$

$$d = h - a_1 = 15,0 - 2,5 = 12,5 \text{ cm}$$

$$A_c = 2250 \text{ cm}^2$$

$$W_c = 5625 \text{ cm}^3$$

### Minimalne zbrojenie:

Wymagane pole zbrojenia rozciąganego dla zginania, przy naprężeniach wywołanych przyczynami zewnętrznymi, wynosi:

$$A_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} / \sigma_{s,lim} = 0,4 \times 1,0 \times 2,2 \times 1083 / 320 = 2,98 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = \mathbf{11,78} > \mathbf{2,98} = A_s$$

### Zarysowanie:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 5625 \times 10^{-3} = 12,38 \text{ kNm}$$

$$N_{cr} = \frac{f_{ctm}}{e / W_c + 1 / A_c} = \frac{2,2}{671,3 / 5625,00 + 1 / 2250,00} \times 10^{-1} = 1,84 \text{ kN}$$

$$N_{Sd} = 3,98 > 1,84 = N_{cr}$$

**Przekrój zarysowany.**

Szerokość rozwarcia rysy prostopadłej do osi pręta:

Przyjęto  $k_2 = 0,5$ .

$$\rho_r = A_s / A_{ct,eff} = 11,78 / 515 = 0,02289$$

$$s_{rm} = 50 + 0,25 k_1 k_2 \phi / \rho_r = 50 + 0,25 \times 0,8 \times 0,5 \times 10 / 0,02289 = 93,68$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{sm} &= \sigma_s / E_s [1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2] = \\ &= 210,81 / 200000 \times [1 - 1,0 \times 0,5 \times (1,84 / 3,98)^2] = 0,00094 \end{aligned}$$

$$w_k = \beta s_{rm} \epsilon_{sm} = 1,7 \times 93,68 \times 0,00094 = 0,15 \text{ mm}$$

$$w_k = \mathbf{0,15} < \mathbf{0,3} = w_{lim}$$

Szerokość rozwarcia rysy ukośnej:

Rysy ukośne nie występują.

**Ugięcia**

zadanie SCHODY, pręt nr 3

Ugięcia wyznaczono dla charakterystycznych obciążeń długotrwałych.

Współczynniki pełzania dla obciążeń długotrwałych przyjęto równy  $\phi(t, t_0) = 2,00$ .

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi(t, t_0)} = \frac{30000}{1 + 2,00} = 10000 \text{ MPa}$$

Moment rysujący:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 5625 \times 10^{-3} = 12,38 \text{ kNm}$$

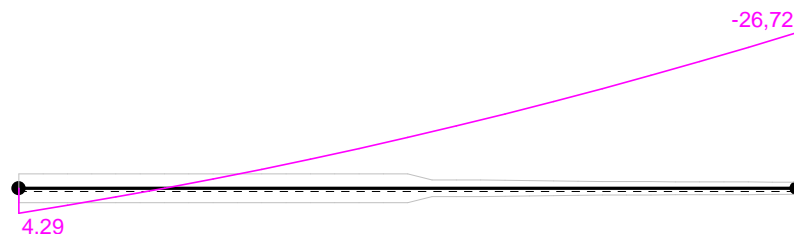
Całkowity moment zginający  $M_{Sd} = -36,61 \text{ kN}$  powoduje zarysowanie przekroju.

Sztywność dla długotrwałego działania obciążeń długotrwałych:

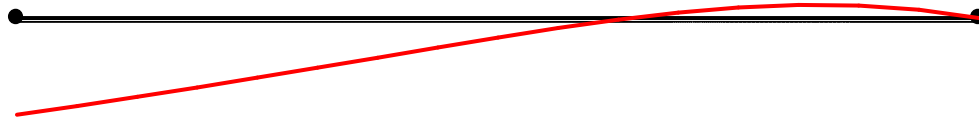
Sztywność na zginanie wyznaczona dla momentu  $M_{Sd} = -26,72 \text{ kNm}$ .

Wielkości geometryczne przekroju:  $x_I = 7,8 \text{ cm}$   $I_I = 49801 \text{ cm}^4$   
 $x_{II} = 4,7 \text{ cm}$   $I_{II} = 19906 \text{ cm}^4$

$$\begin{aligned} B &= \frac{E_{c,eff} I_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 (M_{cr} / M_{Sd})^2 (1 - I_{II} / I_I)} = \\ &= \frac{10000 \times 19906}{1 - 1,0 \times 0,5 \times (12,38 / 26,72)^2 \times (1 - 19906 / 49801)} \times 10^{-5} = 2128 \text{ kNm}^2 \end{aligned}$$



Wykres sztywności i momentów dla obciążeń długotrwałych.



Ugięcia.

Ugięcie w punkcie o współrzędnej  $x = 0,000$  cm, wyznaczone poprzez całkowanie funkcji krzywizny osi pręta ( $1/\rho$ ) z uwzględnieniem zmiany sztywności wzdłuż osi elementu, wynosi:

$$a = a_{\infty,d} = 1,9 \text{ mm}$$

$$a = \mathbf{1,9} < \mathbf{7,6} = a_{lim}$$

#### PODSUMOWANIE ZBROJENIA NA SZEROKOŚĆ 150 CM

Pręty nr:	Zbrojenie górą	Zbrojenie dołem
1 i 6	16 $\Phi$ 10	5 $\Phi$ 10
2 i 5	Konstrukcyjne	10 $\Phi$ 10
3 i 4	15 $\Phi$ 10	konstrukcyjne

