

## 10.0. Schody górne, wspornikowe.

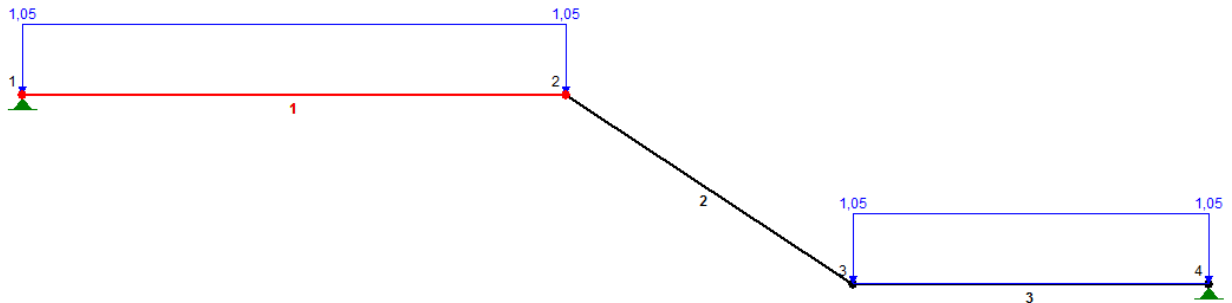
### OBCIĄŻENIA:

Grupa: A "obc. stałe - pł. spoczynik" Stałe  $\gamma_f = 1,20/0,90$

$$Q_k = 0,70 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 1,05 \text{ kN/m.}$$

$$Q_{o1} = 0,84 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 1,26 \text{ kN/m,} \quad \gamma_{f1} = 1,20,$$

$$Q_{o2} = 0,63 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 0,95 \text{ kN/m,} \quad \gamma_{f2} = 0,90.$$

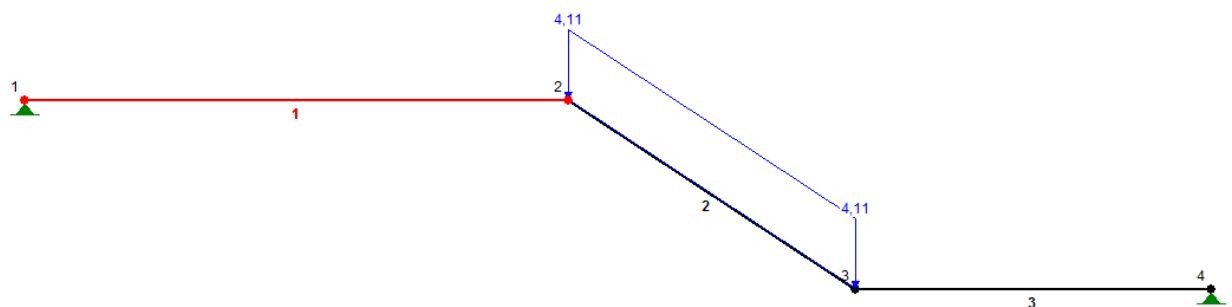


Grupa: B "obc. stałe - pł. biegowa" Stałe  $\gamma_f = 1,27/0,83$

$$Q_k = 2,74 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 4,11 \text{ kN/m.}$$

$$Q_{o1} = 3,49 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 5,22 \text{ kN/m,} \quad \gamma_{f1} = 1,27,$$

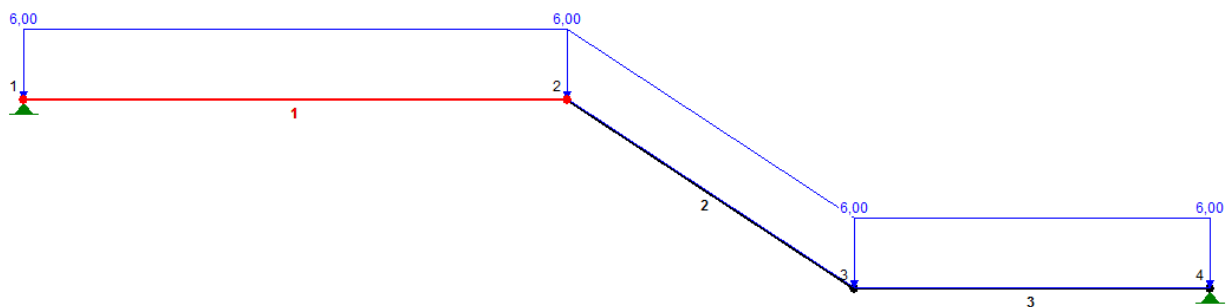
$$Q_{o2} = 2,26 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 3,41 \text{ kN/m,} \quad \gamma_{f2} = 0,83.$$



Grupa: C "obc. użytkowe" Zmienne  $\gamma_f = 1,30$

$$Q_k = 4,00 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 6,00 \text{ kN/m.}$$

$$Q_o = 5,20 \text{ kN/m}^2 * 1,5\text{m} = 7,8 \text{ kN/m.,} \quad \gamma_f = 1,30, \psi_d = 0,35.$$

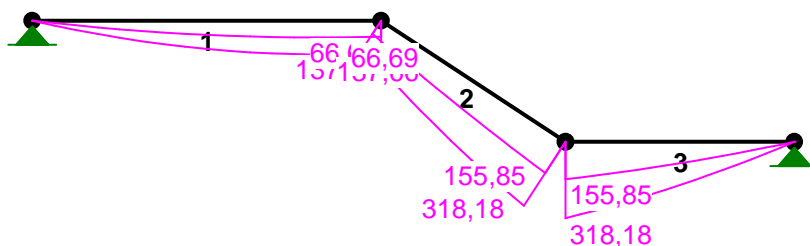


=====

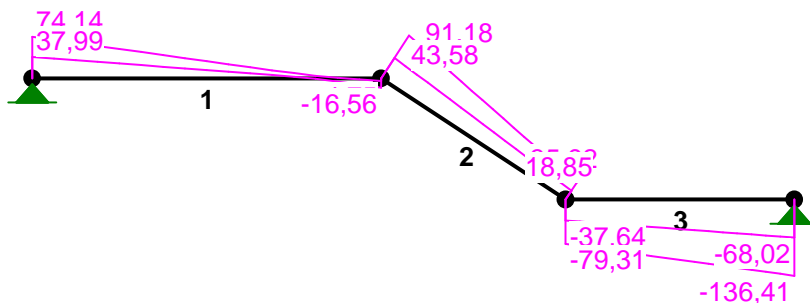
W Y N I K I  
Teoria I-go rzędu  
Kombinatoryka obciążeń

=====

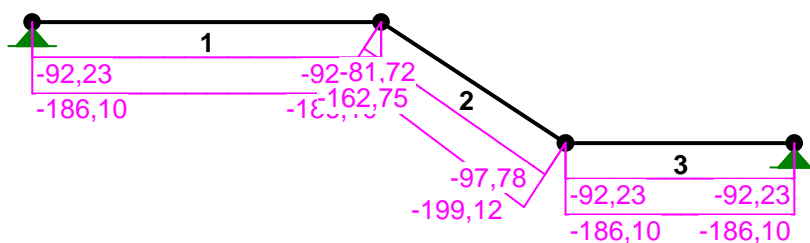
MOMENTY-OBWIEDNIE :



TNĄCE-OBWIEDNIE :



NORMALNE-OBWIEDNIE :



**SIŁY PRZEKROJOWE - WARTOŚCI EKSTREMALNE:** T.I rzędu  
Obciążenia obl.: Ciężar wł.+"Kombinacja obciążeń"

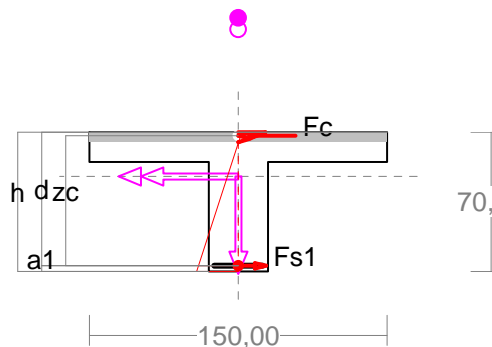
Pręt:	x[m]:	M[kNm]:	Q[kN]:	N[kN]:	Kombinacja obciążeń:
1	3,938	<b>141,89*</b>	-2,07	-186,10	ABC
	0,000	<b>-0,00*</b>	74,14	-186,10	ABC
	0,000	-0,00	<b>74,14*</b>	-186,10	ABC
	0,000	-0,00	37,99	<b>-92,23*</b>	
	3,656	70,07	0,34	<b>-92,23*</b>	
	0,000	-0,00	74,14	<b>-186,10*</b>	ABC
	3,938	141,89	-2,07	<b>-186,10*</b>	ABC
2	2,846	<b>318,18*</b>	35,69	-199,12	ABC
	0,000	<b>66,69*</b>	43,58	-81,72	
	0,000	137,66	<b>91,18*</b>	-162,75	ABC
	0,000	66,69	43,58	<b>-81,72*</b>	
	2,846	318,18	35,69	<b>-199,12*</b>	ABC
3	0,000	<b>318,18*</b>	-79,31	-186,10	ABC
	2,950	<b>0,00*</b>	-136,41	-186,10	ABC
	2,950	0,00	<b>-136,41*</b>	-186,10	ABC
	2,950	-0,00	-68,02	<b>-92,23*</b>	
	0,000	155,85	-37,64	<b>-92,23*</b>	
	2,950	0,00	-136,41	<b>-186,10*</b>	ABC
	0,000	318,18	-79,31	<b>-186,10*</b>	ABC

\* = Max/Min

## PRĘT NR 1

### Zbrojenie wymagane:

(zadanie SCHODY\_O, pręt nr 1, przekrój:  $x_a=4,50$  m,  $x_b=0,00$  m)



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = -186,10 \text{ kN},$$

$$M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(-148,41^2 + 0,00^2)} = 148,41 \text{ kNm}$$

$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}$ ,  $f_{yd} = 350 \text{ MPa}$  ( $f_{td} = 435 \text{ MPa}$  - uwzgl. wzmocnienia),

Zbrojenie rozciągane ( $\epsilon_{s1} = 10,00 \text{ ‰}$ ):

$$A_{s1} = 4,43 \text{ cm}^2 \Rightarrow (3\alpha 16 = 6,03 \text{ cm}^2),$$

Dodatkowe zbrojenie ściskane (\* $A_{s2} = 0$  nie jest obliczeniowo wymagane. \*|\* ( $\epsilon_c = -0,81 \text{ ‰}$ )):

$$A_{s2} = 0,00 \text{ cm}^2 \Rightarrow (0\alpha 16 = 0,00 \text{ cm}^2) *$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 4,43 \text{ cm}^2, \rho = 100 \times A_s / A_c = 100 \times 4,43 / 3900 = 0,11 \%$$

### Wielkości geometryczne [cm]:

$$h = 70,0, d = 67,2, x = 5,1 (\xi = 0,075),$$

$$a_1 = 2,8, a_c = 1,8, z_c = 65,4, A_{cc} = 758 \text{ cm}^2,$$

$$\epsilon_c = -0,81 \text{ ‰}, \epsilon_{s1} = 10,00 \text{ ‰},$$

### Wielkości statyczne [kN, kNm]:

$$F_c = -354,40, F_{s1} = 168,30,$$

$$M_c = 72,85, M_{s1} = 75,55,$$

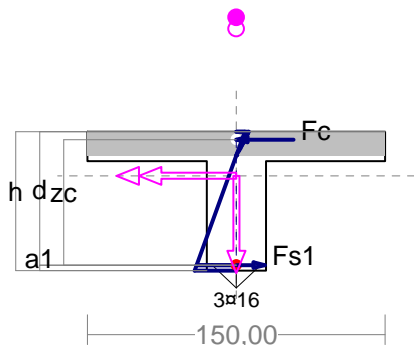
### Warunki równowagi wewnętrznej:

$$F_c + F_{s1} = -354,40 + (168,30) = -186,10 \text{ kN} \quad (N_{Sd} = -186,10 \text{ kN})$$

$$M_c + M_{s1} = 72,85 + (75,55) = 148,41 \text{ kNm} \quad (M_{Sd} = 148,41 \text{ kNm})$$

### Nośność przekroju prostokątnego:

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 1, przekrój:  $x_a = 4,50 \text{ m}$ ,  $x_b = 0,00 \text{ m}$



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = -186,10 \text{ kN},$$

$$M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(-148,41^2 + 0,00^2)} = 148,41 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}, \quad f_{yd} = 350 \text{ MPa} \quad (f_{td} = 435 \text{ MPa} - \text{uwzgl. wzmocnienia}),$$

$$\text{Zbrojenie rozciągane: } A_{s1} = 6,03 \text{ cm}^2,$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 6,03 \text{ cm}^2, \quad \rho = 100 \times A_s / A_c = 100 \times 6,03 / 3900 = 0,15 \%$$

Wielkości geometryczne [cm]:

$$h = 70,0, \quad d = 67,2, \quad x = 12,0 \quad (\xi = 0,178),$$

$$a_1 = 2,8, \quad a_c = 4,0, \quad z_c = 63,2, \quad A_{cc} = 1795 \text{ cm}^2,$$

$$\epsilon_c = -0,33 \%, \quad \epsilon_{s1} = 1,50 \%,$$

Wielkości statyczne [kN, kNm]:

$$F_c = -367,28, \quad F_{s1} = 181,18,$$

$$M_c = 67,07, \quad M_{s1} = 81,33,$$

Warunek stanu granicznego nośności:

$$N_{Rd} = -250,91 \text{ kN} > N_{Sd} = F_c + F_{s1} = -367,28 + (181,18) = -186,10 \text{ kN}$$

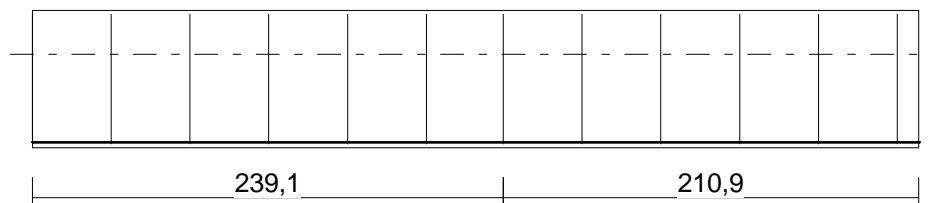
### Zbrojenie poprzeczne (strzemiona)

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 1

Na całej długości pręta przyjęto strzemiona o średnicy  $\phi = 8 \text{ mm}$  ze stali A-III, dla której  $f_{ywd} = 350 \text{ MPa}$ .

Minimalny stopień zbrojenia na ścinanie:

$$\rho_{w,\min} = 0,08 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} = 0,08 \times \sqrt{20} / 410 = 0,00087$$



Rozstaw strzemion:

#### Strefa nr 1

$$\text{Początek i koniec strefy: } x_a = 0,0 \quad x_b = 239,1 \text{ cm}$$

Maksymalny rozstaw strzemion:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 672 = 504 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 400 \text{ mm}$ .

Przyjęto strzemiona 2-cięte, prostokątne do osi pręta o rozstawie **40,0 cm**, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 1,01 / (40,0 \times 30,0 \times 1,000) = 0,00084$$

$$\rho_w = \mathbf{0,00084} < \mathbf{0,00087} = \rho_{w \min}$$

### Strefa nr 2

Początek i koniec strefy:  $x_a = 239,1$   $x_b = 450,0$  cm

Maksymalny rozstawy strzemion:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 672 = 504 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 400$  mm.

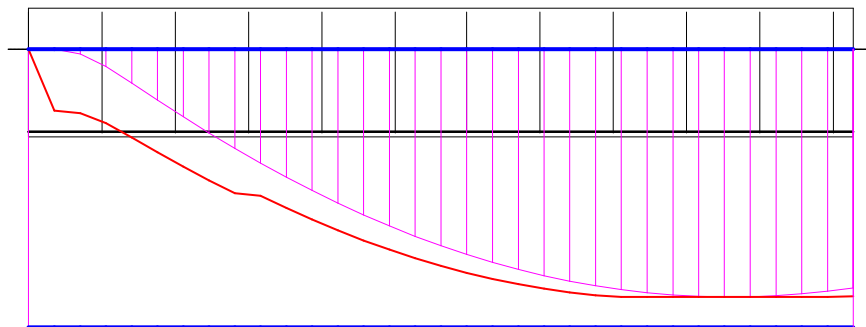
Przyjęto strzemiona 2-cięte, prostopadłe do osi pręta o rozstawie **40,0** cm, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 1,01 / (40,0 \times 30,0 \times 1,000) = 0,00084$$

$$\rho_w = \mathbf{0,00084} < \mathbf{0,00087} = \rho_{w \min}$$

### **Nośność zbrojenia podłużnego**

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 1.



Sprawdzenie siły przenoszonej przez zbrojenie rozciągane dla  $x = 4,500$  m:

$$\Delta F_{td} = 0,5 |V_{Sd}| (\cot \theta - V_{Rd32} / V_{Rd3} \cot \alpha) = 0,5 \times -12,96 \times (1,000) = 6,48 \text{ kN}$$

Sumaryczna siła w zbrojeniu rozciąganym:

$$F_{td} = F_{td,m} + \Delta F_{td} = 181,18 + 6,48 = 187,65 \text{ kN};$$

$$F_{td} \leq F_{td,max} = 188,16 \text{ kN}$$

Przyjęto  $F_{td} = 187,65$  kN

$$F_{td} = \mathbf{187,65} < \mathbf{211,12} = 6,03 \times 350 \times 10^{-1} = A_s f_{yd}$$

### **Zarysowanie**

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 1,

Położenie przekroju:

$$x = 4,500 \text{ m}$$

Siły przekrojowe:

$$M_{Sd} = 90,53 \text{ kNm}$$

$$N_{Sd} = -121,89 \text{ kN} \quad e = 76,6 \text{ cm}$$

Wymiary przekroju:

$$V_{Sd} = -8,03 \text{ kN}$$

$$b_w = 30,0 \text{ cm}$$

$$d = h - a_1 = 70,0 - 2,8 = 67,2 \text{ cm}$$

$$A_c = 3900 \text{ cm}^2$$

$$W_c = 34056 \text{ cm}^3$$

### Minimalne zbrojenie:

Wymagane pole zbrojenia rozciąganego dla zginania, przy naprężeniach wywołanych przyczynami zewnętrznymi, wynosi:

$$A_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} / \sigma_{s,lim} = \\ = 0,4 \times 1,0 \times 2,2 \times 840 / 240 = 3,08 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = \mathbf{6,03} > \mathbf{3,08} = A_s$$

### Zarysowanie:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 34056 \times 10^{-3} = 74,92 \text{ kNm}$$

$$N_{cr} = \frac{f_{ctm}}{e/W_c - 1/A_c} = \frac{2,2}{76,6/34056,45 - 1/3900,00} \times 10^{-1} = -110,39 \text{ kN}$$

$$N_{Sd} = 121,89 > 110,39 = N_{cr}$$

### **Przekrój zarysowany.**

#### Szerokość rozwarcia rysy prostopadłej do osi pręta:

Przyjęto  $k_2 = 0,5$ .

$$\rho_r = A_s / A_{ct,eff} = 6,03 / 210 = 0,02872$$

$$s_{rm} = 50 + 0,25 k_1 k_2 \phi / \rho_r = 50 + 0,25 \times 0,8 \times 0,50 \times 16 / 0,02872 = 105,70$$

$$\epsilon_{sm} = \sigma_s / E_s [1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2] = \\ = 200,00 / 200000 \times [1 - 1,0 \times 0,5 \times (-110,39 / 121,89)^2] = 0,00059$$

$$w_k = \beta s_{rm} \epsilon_{sm} = 1,7 \times 105,70 \times 0,00059 = 0,11 \text{ mm}$$

$$w_k = \mathbf{0,11} < \mathbf{0,3} = w_{lim}$$

#### Szerokość rozwarcia rysy ukośnej:

Rysy ukośne nie występują.

### **Ugięcia**

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 1

Ugięcia wyznaczono dla charakterystycznych obciążeń długotrwałych.

Współczynniki pełzania dla obciążeń długotrwałych przyjęto równy  $\phi(t, t_0) = 2,00$ .

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi(t, t_0)} = \frac{30000}{1 + 2,00} = 10000 \text{ MPa}$$

Moment rysujący:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 34056 \times 10^{-3} = 74,92 \text{ kNm}$$

Całkowity moment zginający  $M_{Sd} = 119,60 \text{ kN}$  powoduje zarysowanie przekroju.

#### Sztywność dla długotrwałego działania obciążeń długotrwałych:

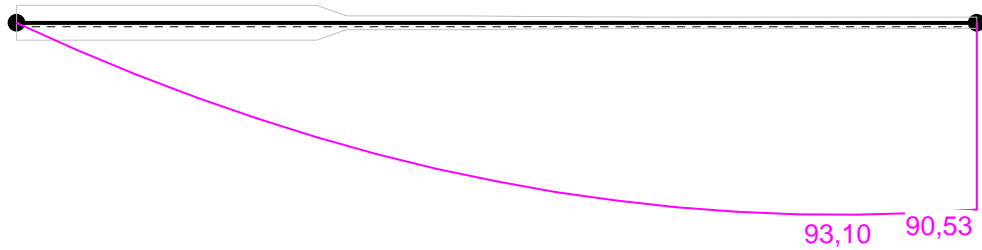
Sztywność na zginanie wyznaczona dla momentu  $M_{Sd} = 93,08 \text{ kNm}$ .

Wielkości geometryczne przekroju:  $x_I = 23,7 \text{ cm}$   $I_I = 1860058 \text{ cm}^4$

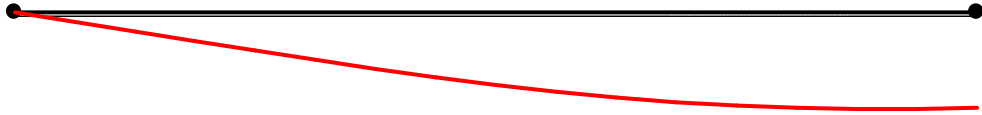
$$x_{II} = 9,6 \text{ cm} \quad I_{II} = 444481 \text{ cm}^4$$

$$B = \frac{E_{c,eff} I_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 (M_{cr} / M_{Sd})^2 (1 - I_{II} / I_I)} =$$

$$= \frac{10000 \times 444481}{1 - 1,0 \times 0,5 \times (74,92 / 93,08)^2 \times (1 - 444481 / 1860058)} \times 10^{-5} = 58993 \text{ kNm}^2$$



Wykres sztywności i momentów dla obciążeń długotrwałych.



Ugięcia.

Ugięcie w punkcie o współrzędnej  $x = 4,008 \text{ cm}$ , wyznaczone poprzez całkowanie funkcji krzywizny osi pręta ( $1/\rho$ ) z uwzględnieniem zmiany sztywności wzdłuż osi elementu, wynosi:

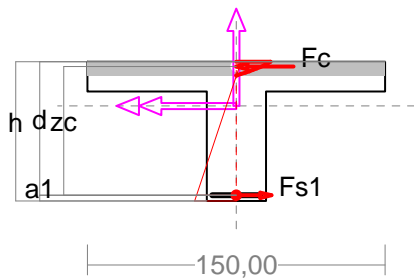
$$a = a_{\infty,d} = 6,3 \text{ mm}$$

$$a = \mathbf{6,3} < \mathbf{22,5} = a_{lim}$$

## PRĘT NR 2

### Zbrojenie wymagane:

(zadanie SCHODY\_O, pręt nr 2, przekrój:  $x_a=2,85 \text{ m}$ ,  $x_b=0,00 \text{ m}$ )



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = -199,12 \text{ kN},$$

$$M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(-322,83^2 + 0,00^2)} = 322,83 \text{ kNm}$$

$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}$ ,  $f_{yd} = 350 \text{ MPa}$  ( $f_{td} = 435 \text{ MPa}$  - uwzgl. wzmocnienia),

Zbrojenie rozciągane ( $\epsilon_{s1} = 10,00 \text{ ‰}$ ):

$$A_{s1} = 11,51 \text{ cm}^2 \Rightarrow (6 \times 16 = 12,06 \text{ cm}^2),$$

Dodatkowe zbrojenie ściskane (\* $A_{s2} = 0$  nie jest obliczeniowo wymagane.\*\*) ( $\epsilon_c = -1,14 \text{ ‰}$ ):

$$A_{s2} = 0,00 \text{ cm}^2 \Rightarrow (0 \times 16 = 0,00 \text{ cm}^2) *$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 11,51 \text{ cm}^2, \rho = 100 \times A_s / A_c = 100 \times 11,51 / 3900 = 0,30 \text{ ‰}$$

Wielkości geometryczne [cm]:

$$h = 70,0, d = 67,2, x = 6,9 (\xi = 0,103),$$

$$a_1 = 2,8, a_c = 2,4, z_c = 64,8, A_{cc} = 1034 \text{ cm}^2,$$

$$\epsilon_c = -1,14 \text{ ‰}, \epsilon_{s1} = 10,00 \text{ ‰},$$

Wielkości statyczne [kN, kNm]:

$$F_c = -636,47, F_{s1} = 437,35,$$

$$M_c = 126,49, M_{s1} = 196,34,$$

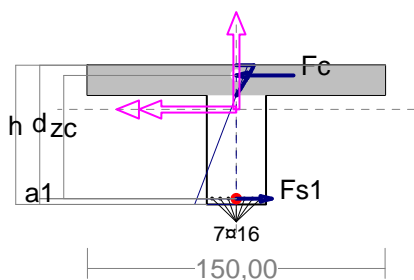
Warunki równowagi wewnętrznej:

$$F_c + F_{s1} = -636,47 + (437,35) = -199,12 \text{ kN} (N_{Sd} = -199,12 \text{ kN})$$

$$M_c + M_{s1} = 126,49 + (196,34) = 322,83 \text{ kNm} (M_{Sd} = 322,83 \text{ kNm})$$

**Nośność przekroju prostokątnego:**

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 2, przekrój:  $x_a = 2,85 \text{ m}$ ,  $x_b = 0,00 \text{ m}$



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = -199,12 \text{ kN},$$

$$M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(-322,83^2 + 0,00^2)} = 322,83 \text{ kNm}$$

$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}$ ,  $f_{yd} = 350 \text{ MPa}$  ( $f_{td} = 435 \text{ MPa}$  - uwzgl. wzmocnienia),

Zbrojenie rozciągane:  $A_{s1} = 14,07 \text{ cm}^2$ ,

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 14,07 \text{ cm}^2, \rho = 100 \times A_s / A_c = 100 \times 14,07 / 3900 = 0,36 \text{ ‰}$$

Wielkości geometryczne [cm]:

$$h = 70,0, d = 67,2, x = 15,1 (\xi = 0,225),$$

$$a_1 = 2,8, a_c = 5,1, z_c = 62,1, A_{cc} = 2253 \text{ cm}^2,$$

$$\epsilon_c = -0,48 \text{ ‰}, \epsilon_{s1} = 1,65 \text{ ‰},$$

Wielkości statyczne [kN, kNm]:

$$F_c = -664,27, F_{s1} = 465,15,$$

$$M_c = 114,01, M_{s1} = 208,82,$$

Warunek stanu granicznego nośności:

$$M_{Rd} = 392,18 \text{ kNm} > M_{Sd} = M_c + M_{s1} = 114,01 + (208,82) = 322,83 \text{ kNm}$$

**Zbrojenie poprzeczne (strzemiona)**

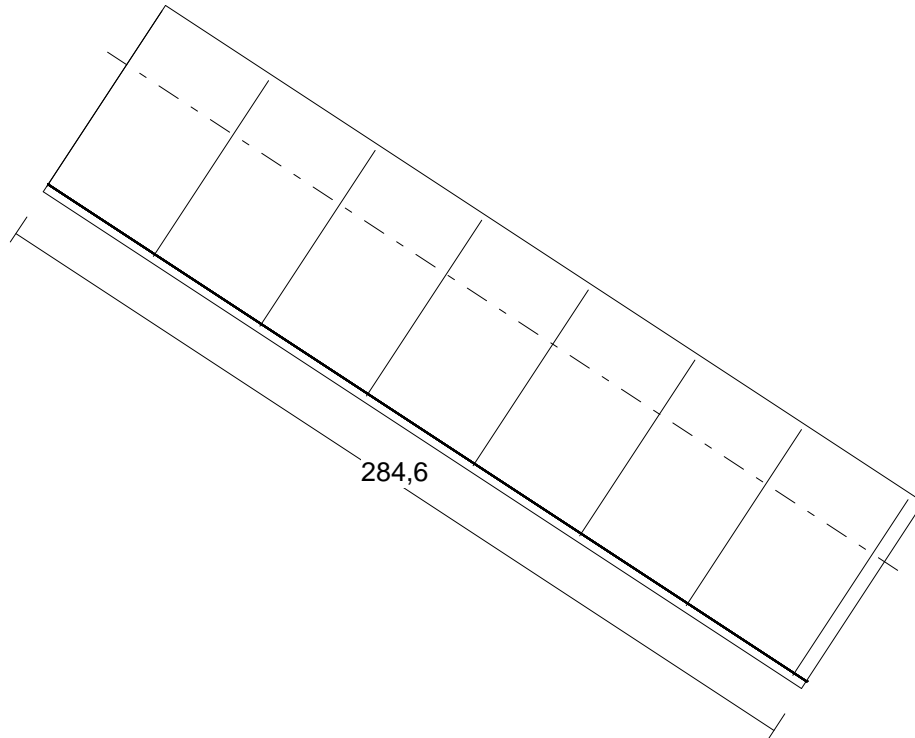
zadanie SCHODY\_O, pręt nr 2

Na całej długości pręta przyjęto strzemiona o średnicy  $\phi = 8 \text{ mm}$  ze stali A-III, dla której  $f_{ywd} = 350 \text{ MPa}$ .



Minimalny stopień zbrojenia na ścinanie:

$$\rho_{w,\min} = 0,08 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} = 0,08 \times \sqrt{20} / 410 = 0,00087$$



Rozstaw strzemion:

Strefa nr 1

Początek i koniec strefy:  $x_a = 0,0$   $x_b = 284,6$  cm

Maksymalny rozstaw strzemion:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 672 = 504 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

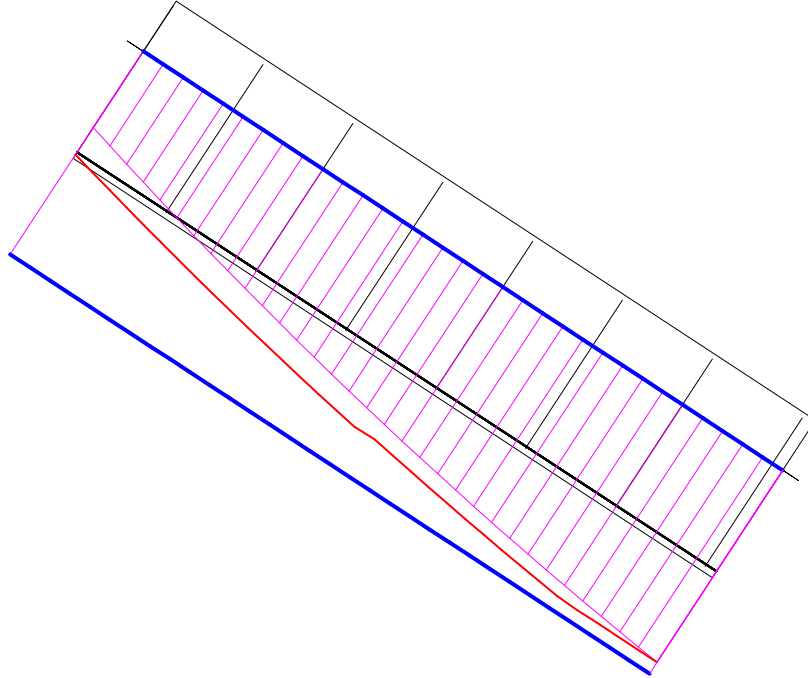
przyjęto  $s_{\max} = 400$  mm.

Przyjęto strzemiona 2-cięte, prostopadłe do osi pręta o rozstawie **40,0** cm, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 1,01 / (40,0 \times 30,0 \times 1,000) = 0,00084$$
$$\rho_w = \mathbf{0,00084} < \mathbf{0,00087} = \rho_{w \min}$$

**Nośność zbrojenia podłużnego**

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 2.



Sprawdzenie siły przenoszonej przez zbrojenie rozciągane dla  $x = 2,846$  m:

$$\Delta F_{td} = 0,5 |V_{Sd}| (\cot\theta - V_{Rd32} / V_{Rd3} \cot\alpha) = 0,5 \times 35,69 \times (1,163) = 20,76 \text{ kN}$$

Sumaryczna siła w zbrojeniu rozciąganym:

$$F_{td} = F_{td,m} + \Delta F_{td} = 465,15 + 20,76 = 485,90 \text{ kN};$$

$$F_{td} \leq F_{td,max} = 465,15 \text{ kN}$$

Przyjęto  $F_{td} = 465,15 \text{ kN}$

$$F_{td} = 465,15 < 492,60 = 14,07 \times 350 \times 10^{-1} = A_s f_{yd}$$

### Zarysowanie

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 2,

Położenie przekroju:

$$x = 2,846 \text{ m}$$

Siły przekrojowe:

$$M_{Sd} = 208,83 \text{ kNm}$$

$$N_{Sd} = -130,63 \text{ kN} \quad e = 162,2 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} = 23,05 \text{ kN}$$

Wymiary przekroju:

$$b_w = 30,0 \text{ cm}$$

$$d = h - a_1 = 70,0 - 2,8 = 67,2 \text{ cm}$$

$$A_c = 3900 \text{ cm}^2$$

$$W_c = 34056 \text{ cm}^3$$

Minimalne zbrojenie:

Wymagane pole zbrojenia rozciąganego dla zginania, przy naprężeniach wywołanych przyczynami zewnętrznymi, wynosi:

$$A_s = k_c k_{f_{ct,eff}} A_{ct} / \sigma_{s,lim} = \\ = 0,4 \times 1,0 \times 2,2 \times 952 / 240 = 3,49 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 14,07 > 3,49 = A_s$$

Zarysowanie:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 34056 \times 10^{-3} = 74,92 \text{ kNm}$$

$$N_{cr} = \frac{f_{ctm}}{e / W_c - 1 / A_c} = \frac{2,2}{162,2 / 34056,45 - 1 / 3900,00} \times 10^{-1} = -48,82 \text{ kN}$$

$$N_{Sd} = 130,63 > 48,82 = N_{cr}$$

**Przekrój zarysowany.**

Szerokość rozwarcia rysy prostopadłej do osi pręta:

Przyjęto  $k_2 = 0,5$ .

$$\rho_r = A_s / A_{ct,eff} = 14,07 / 210 = 0,06702$$

$$s_{rm} = 50 + 0,25 k_1 k_2 \phi / \rho_r = 50 + 0,25 \times 0,8 \times 0,50 \times 16 / 0,06702 = 73,87$$

$$\epsilon_{sm} = \sigma_s / E_s [1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2] = \\ = 218,40 / 200000 \times [1 - 1,0 \times 0,5 \times (-48,82 / 130,63)^2] = 0,00102$$

$$w_k = \beta s_{rm} \epsilon_{sm} = 1,7 \times 73,87 \times 0,00102 = 0,13 \text{ mm}$$

$$w_k = 0,13 < 0,3 = w_{lim}$$

Szerokość rozwarcia rysy ukośnej:

Rysy ukośne nie występują.

**Ugięcia**

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 2

Ugięcia wyznaczono dla charakterystycznych obciążeń długotrwałych.

Współczynniki pełzania dla obciążeń długotrwałych przyjęto równy  $\phi(t, t_0) = 2,00$ .

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi(t, t_0)} = \frac{30000}{1 + 2,00} = 10000 \text{ MPa}$$

Moment rysujący:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 34056 \times 10^{-3} = 74,92 \text{ kNm}$$

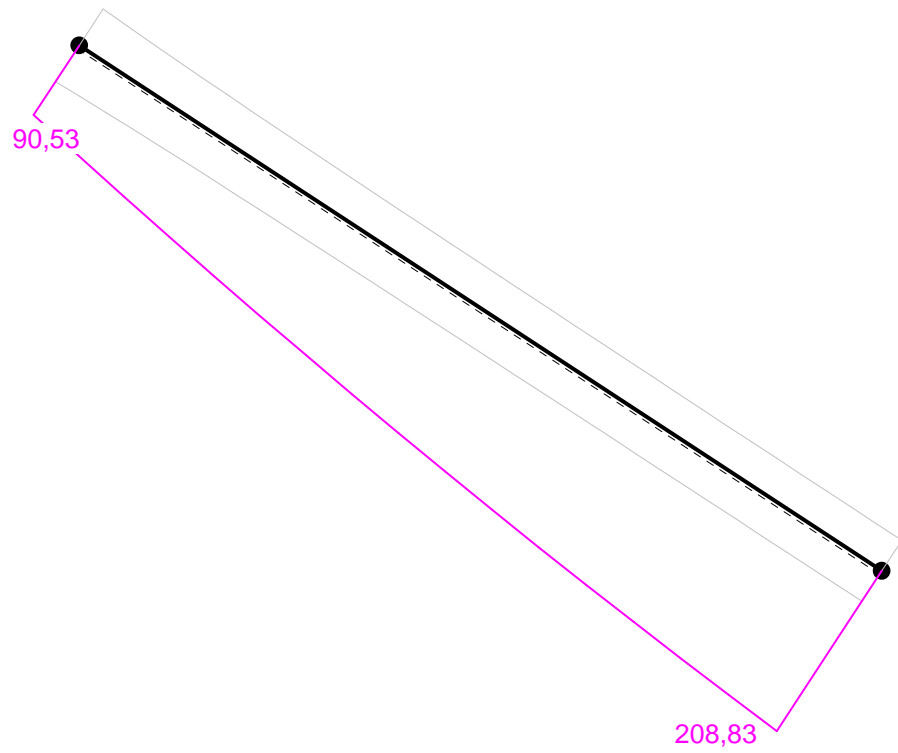
Całkowity moment zginający  $M_{Sd} = 267,87 \text{ kN}$  powoduje zarysowanie przekroju.

Sztywność dla długotrwałego działania obciążeń długotrwałych:

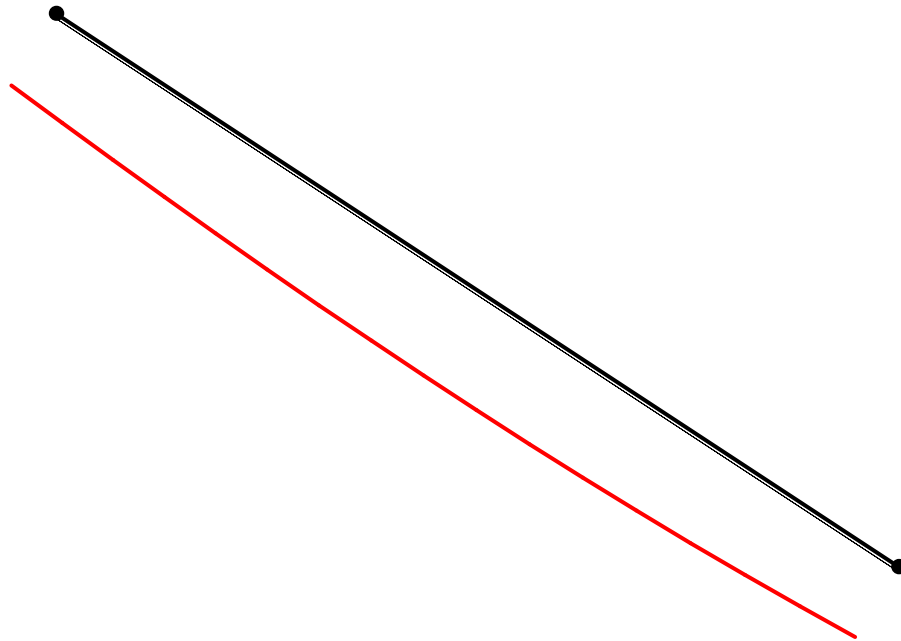
Sztywność na zginanie wyznaczona dla momentu  $M_{Sd} = 208,83 \text{ kNm}$ .

Wielkości geometryczne przekroju:  $x_I = 25,3 \text{ cm}$   $I_I = 2153328 \text{ cm}^4$   
 $x_{II} = 14,1 \text{ cm}$   $I_{II} = 933843 \text{ cm}^4$

$$B = \frac{E_{c,eff} I_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 (M_{cr} / M_{Sd})^2 (1 - I_{II} / I_I)} = \\ = \frac{10000 \times 933843}{1 - 1,0 \times 0,5 \times (74,92 / 208,83)^2 \times (1 - 933843 / 2153328)} \times 10^{-5} = 96917 \text{ kNm}^2$$



Wykres sztywności i momentów dla obciążeń długotrwałych.



Ugięcia.

Ugięcie w punkcie o współrzędnej  $x = 1,467$  cm, wyznaczone poprzez całkowanie funkcji krzywizny osi pręta ( $1/\rho$ ) z uwzględnieniem zmiany sztywności wzdłuż osi elementu, wynosi:

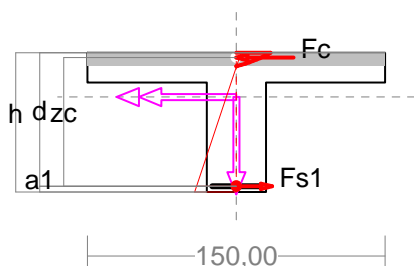
$$a = a_{\infty,d} = 9,5 \text{ mm}$$

$$a = 9,5 < 14,2 = a_{lim}$$

### PRĘT NR 3

#### Zbrojenie wymagane:

(zadanie SCHODY\_O, pręt nr 3, przekrój:  $x_a=0,00$  m,  $x_b=2,95$  m)



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = -186,10 \text{ kN},$$

$$M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(-326,80^2 + 0,00^2)} = 326,80 \text{ kNm}$$

$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}$ ,  $f_{yd} = 350 \text{ MPa}$  ( $f_{td} = 435 \text{ MPa}$  - uwzgl. wzmocnienia),

Zbrojenie rozciągane ( $\epsilon_{s1} = 10,00 \text{ ‰}$ ):

$$A_{s1} = 11,77 \text{ cm}^2 \Rightarrow (6 \times 16 = 12,06 \text{ cm}^2),$$

Dodatkowe zbrojenie ściskane (\* $A_{s2} = 0$  nie jest obliczeniowo wymagane. \*\* ( $\epsilon_c = -1,14 \text{ ‰}$ )):

$$A_{s2} = 0,00 \text{ cm}^2 \Rightarrow (0 \times 16 = 0,00 \text{ cm}^2) *$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 11,77 \text{ cm}^2, \rho = 100 \times A_s / A_c =$$

$$100 \times 11,77 / 3900 = 0,30 \%$$

#### Wielkości geometryczne [cm]:

$$h=70,0, \quad d=67,2, \quad x=6,9 \quad (\xi=0,102), \\ a_1=2,8, \quad a_c=2,4, \quad z_c=64,8, \quad A_{cc}=1032 \text{ cm}^2, \\ \varepsilon_c=-1,14 \text{ ‰}, \quad \varepsilon_{s1}=10,00 \text{ ‰},$$

#### Wielkości statyczne [kN, kNm]:

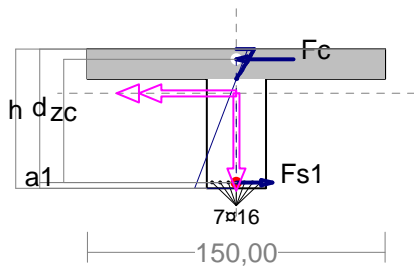
$$F_c = -633,52, \quad F_{s1} = 447,41, \\ M_c = 125,95, \quad M_{s1} = 200,85,$$

#### Warunki równowagi wewnętrznej:

$$F_c + F_{s1} = -633,52 + (447,41) = -186,10 \text{ kN} \quad (N_{Sd} = -186,10 \text{ kN}) \\ M_c + M_{s1} = 125,95 + (200,85) = 326,80 \text{ kNm} \quad (M_{Sd} = 326,80 \text{ kNm})$$

#### Nośność przekroju prostokątnego:

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 3, przekrój:  $x_a=0,00 \text{ m}$ ,  $x_b=2,95 \text{ m}$



#### Wielkości obliczeniowe:

$$N_{Sd} = -186,10 \text{ kN}, \\ M_{Sd} = \sqrt{(M_{Sdx}^2 + M_{Sdy}^2)} = \sqrt{(-326,80^2 + 0,00^2)} \\ = 326,80 \text{ kNm}$$

$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}$ ,  $f_{yd} = 350 \text{ MPa}$  ( $f_{td} = 435 \text{ MPa}$  - uwzgl. wzmocnienia),

$$\text{Zbrojenie rozciągane: } A_{s1} = 14,07 \text{ cm}^2, \\ A_s = A_{s1} + A_{s2} = 14,07 \text{ cm}^2, \quad \rho = 100 \times A_s / A_c = \\ 100 \times 14,07 / 3900 = 0,36 \%$$

#### Wielkości geometryczne [cm]:

$$h=70,0, \quad d=67,2, \quad x=14,9 \quad (\xi=0,222), \\ a_1=2,8, \quad a_c=5,1, \quad z_c=62,1, \quad A_{cc}=2241 \text{ cm}^2, \\ \varepsilon_c = -0,48 \text{ ‰}, \quad \varepsilon_{s1} = 1,69 \text{ ‰},$$

#### Wielkości statyczne [kN, kNm]:

$$F_c = -660,67, \quad F_{s1} = 474,57, \\ M_c = 113,76, \quad M_{s1} = 213,04,$$

#### Warunek stanu granicznego nośności:

$$M_{Rd} = 388,46 \text{ kNm} > M_{Sd} = M_c + M_{s1} = 113,76 + (213,04) = 326,80 \text{ kNm}$$

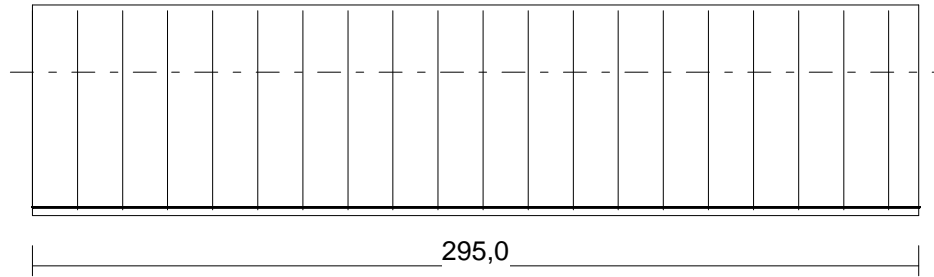
#### Zbrojenie poprzeczne (strzemiona)

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 3

Na całej długości pręta przyjęto strzemiona o średnicy  $\phi = 8 \text{ mm}$  ze stali A-III, dla której  $f_{ywd} = 350 \text{ MPa}$ .

Minimalny stopień zbrojenia na ścinanie:

$$\rho_{w,\min} = 0,08 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} = 0,08 \times \sqrt{20} / 410 = 0,00087$$



Rozstaw strzemion:

### Strefa nr 1

Początek i koniec strefy:  $x_a = 0,0$   $x_b = 295,0$  cm

Maksymalny rozstaw strzemion:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 672 = 504 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 400$  mm.

Przyjęto strzemiona 2-cięte, prostopadłe do osi pręta o rozstawie **15,0** cm, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

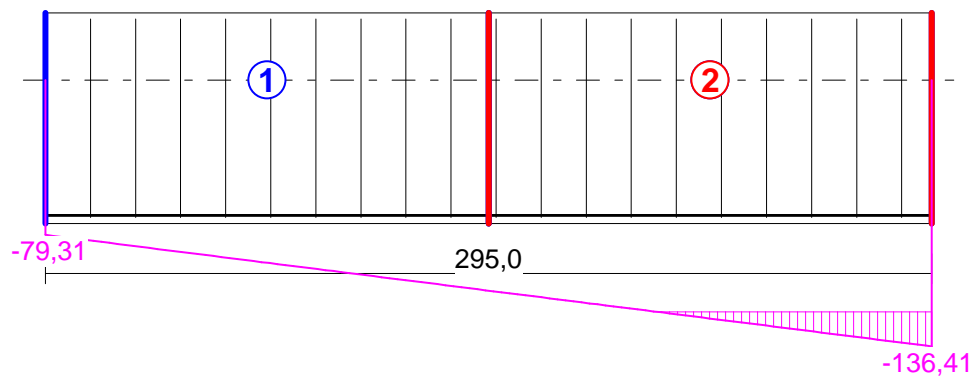
$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 1,01 / (15,0 \times 30,0 \times 1,000) = 0,00223$$

$$\rho_w = \mathbf{0,00223} > \mathbf{0,00087} = \rho_w \text{ min}$$

### **Ścinanie**

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 3.

Przyjęto podparcie i obciążenie bezpośrednie.



### Odcinek nr 2

Początek i koniec odcinka:  $x_a = 147,5$   $x_b = 295,0$  cm

Siły przekrojowe:  $N_{Sd} = -186,10$ ;

$$V_{Sd \max} = -136,41 \text{ kN}$$

Siła poprzeczna w odległości  $d$  od podpory wynosi:  $V_{Sd} = -123,40$  kN

Rodzaj odcinka:

$$\rho_L = \frac{A_{sL}}{b_w d} = \frac{14,07}{30,0 \times 67,2} = 0,00698; \quad \rho_L \leq 0,01$$

Przyjęto  $\rho_L = 0,00698$ .

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_C = 186,10 / 3900,00 \times 10 = 0,48 \text{ MPa} \quad \sigma_{cp} \leq 0,2 f_{cd}$$

Przyjęto  $\sigma_{cp} = 0,48$  MPa.

$$\begin{aligned} V_{Rd1} &= [0,35 k f_{ctd} (1,2 + 40 \rho_L) + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d = \\ &= [0,35 \times 1,00 \times 1,00 \times (1,2 + 40 \times 0,00698) + 0,15 \times 0,48] \times 30,0 \times 67,2 \times 10^{-1} = 118,81 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$V_{Sd} = 123,40 > 118,81 = V_{Rd1}$$

Nośność odcinka II-go rodzaju:

Przyjęto kąt  $\theta = 45,0^\circ$

$$v = 0,6 (1 - f_{ck} / 250) = 0,6 \times (1 - 20 / 250) = 0,552$$

$$\Delta V_{Rd} = \frac{A_{sw2} f_{ywd2}}{s_2} z \cos \alpha \times 10^{-1} = 0 \text{ kN}$$

$$\Delta V_{Rd} \leq v f_{cd} b_w z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \frac{\cot \alpha}{2 \cot \theta + \cot \alpha} \times 10^{-1} = 0 \text{ kN}$$

Przyjęto  $\Delta V_{Rd} = 0,00$  kN.

$$\begin{aligned} V_{Rd2} &= v f_{cd} b_w z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} + \Delta V_{Rd} = \\ &= 0,552 \times 13,3 \times 30,0 \times 54,1 \frac{1,000}{1 + 1,000^2} \times 10^{-1} + 0,00 = 595,43 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\alpha_c = 1 + \sigma_{cp} / f_{cd} = 1 + 0,48 / 13,3 = 1,036$$

$$V_{Rd2,red} = \alpha_c V_{Rd2} = 1,036 \times 595,43 = 616,80 \text{ kN}$$

Przyjęto  $V_{Rd2,red} = 595,43$  kN

$$V_{Sd} = \mathbf{136,41} < \mathbf{595,43} = V_{Rd2,red}$$

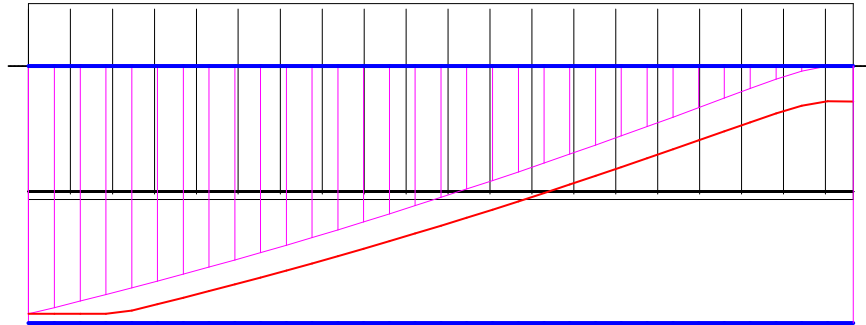
$$\begin{aligned} V_{Rd3} &= V_{Rd31} + V_{Rd32} = \frac{A_{sw1} f_{ywd1}}{s_1} z \cot \theta + \frac{A_{sw2} f_{ywd2}}{s_2} z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha = \\ &= \frac{1,01 \times 350}{15,0} 54,1 \times 1,000 \times 10^{-1} = 126,83 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$V_{Sd} = \mathbf{123,40} < \mathbf{126,83} = V_{Rd3}$$

**Nośność zbrojenia podłużnego**

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 3.





Sprawdzenie siły przenoszonej przez zbrojenie rozciągane dla  $x = 0,114$  m:

$$\Delta F_{td} = 0,5 |V_{Sd}| (\cot\theta - V_{Rd32} / V_{Rd3} \cot\alpha) = 0,5 \times -81,09 \times (1,000) = 40,55 \text{ kN}$$

Sumaryczna siła w zbrojeniu rozciągany:

$$F_{td} = F_{td,m} + \Delta F_{td} = 462,60 + 40,55 = 503,15 \text{ kN};$$

$$F_{td} \leq F_{td,max} = 474,57 \text{ kN}$$

Przyjęto  $F_{td} = 474,57 \text{ kN}$

$$F_{td} = 474,57 < 492,60 = 14,07 \times 350 \times 10^{-1} = A_s f_{yd}$$

### Zarysowanie

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 3,

Położenie przekroju:

$$x = 0,114 \text{ m}$$

Siły przekrojowe:

$$M_{Sd} = 202,80 \text{ kNm}$$

$$N_{Sd} = -121,89 \text{ kN} \quad e = 168,7 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} = -53,76 \text{ kN}$$

Wymiary przekroju:

$$b_w = 30,0 \text{ cm}$$

$$d = h - a_1 = 70,0 - 2,8 = 67,2 \text{ cm}$$

$$A_c = 3900 \text{ cm}^2$$

$$W_c = 34056 \text{ cm}^3$$

### Minimalne zbrojenie:

Wymagane pole zbrojenia rozciąganego dla zginania, przy naprężeniach wywołanych przyczynami zewnętrznymi, wynosi:

$$A_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} / \sigma_{s,lim} =$$

$$= 0,4 \times 1,0 \times 2,2 \times 956 / 240 = 3,51 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 14,07 > 3,51 = A_s$$

### Zarysowanie:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 34056 \times 10^{-3} = 74,92 \text{ kNm}$$

$$N_{cr} = \frac{f_{ctm}}{e/W_c - 1/A_c} = \frac{2,2}{168,7/34056,45 - 1/3900,00} \times 10^{-1} = -46,83 \text{ kN}$$

$$N_{Sd} = 121,89 > 46,83 = N_{cr}$$

**Przekrój zarysowany.**

Szerokość rozwarcia rysy prostopadłej do osi pręta:

Przyjęto  $k_2 = 0,5$ .

$$\rho_r = A_s / A_{ct,eff} = 14,07 / 210 = 0,06702$$

$$s_{rm} = 50 + 0,25 k_1 k_2 \phi / \rho_r = 50 + 0,25 \times 0,8 \times 0,50 \times 16 / 0,06702 = 73,87$$

$$\epsilon_{sm} = \sigma_s / E_s [1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2] =$$

$$= 215,90 / 200000 \times [1 - 1,0 \times 0,5 \times (-46,83 / 121,89)^2] = 0,00100$$

$$w_k = \beta s_{rm} \epsilon_{sm} = 1,7 \times 73,87 \times 0,00100 = 0,13 \text{ mm}$$

$$w_k = \mathbf{0,13} < \mathbf{0,3} = w_{lim}$$

Szerokość rozwarcia rysy ukośnej:

Rysy ukośne nie występują.

**Ugięcia**

zadanie SCHODY\_O, pręt nr 3

Ugięcia wyznaczono dla charakterystycznych obciążeń długotrwałych.

Współczynniki pełzania dla obciążeń długotrwałych przyjęto równy  $\phi(t, t_0) = 2,00$ .

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi(t, t_0)} = \frac{30000}{1 + 2,00} = 10000 \text{ MPa}$$

Moment rysujący:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 34056 \times 10^{-3} = 74,92 \text{ kNm}$$

Całkowity moment zginający  $M_{Sd} = 267,87 \text{ kN}$  powoduje zarysowanie przekroju.

Sztywność dla długotrwałego działania obciążeń długotrwałych:

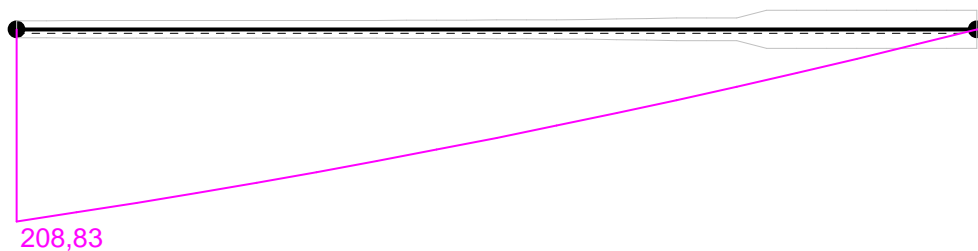
Sztywność na zginanie wyznaczona dla momentu  $M_{Sd} = 208,83 \text{ kNm}$ .

Wielkości geometryczne przekroju:  $x_I = 25,3 \text{ cm}$   $I_I = 2153328 \text{ cm}^4$

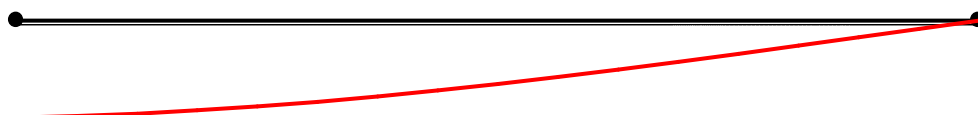
$$x_{II} = 14,1 \text{ cm} \quad I_{II} = 933843 \text{ cm}^4$$

$$B = \frac{E_{c,eff} I_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 (M_{cr} / M_{Sd})^2 (1 - I_{II} / I_I)} =$$

$$= \frac{10000 \times 933843}{1 - 1,0 \times 0,5 \times (74,92 / 208,83)^2 \times (1 - 933843 / 2153328)} \times 10^{-5} = 96917 \text{ kNm}^2$$



Wykres sztywności i momentów dla obciążeń długotrwałych.



Ugięcia.

Ugięcie w punkcie o współrzędnej  $x = 0,000$  cm, wyznaczone poprzez całkowanie funkcji krzywizny osi pręta ( $1/\rho$ ) z uwzględnieniem zmiany sztywności wzdłuż osi elementu, wynosi:

$$a = a_{\infty,d} = 7,0 \text{ mm}$$

$$a = 7,0 < 14,8 = a_{lim}$$

### **ZESTAWIENIE ZBROJENIA NA CAŁĄ SZEROKOŚĆ PRZEKROJU TEOWEGO**

Nr pręta	Zbrojenie dołem	Zbrojenie górą
1	3 $\Phi$ 16	-
2	7 $\Phi$ 16	-
3	7 $\Phi$ 16	-